

Restauración de Imágenes de Retinografía Mediante Técnicas de Aprendizaje de Diccionarios

Erik Miguel Barrios Montes

Universidad Tecnológica de Bolívar

Facultad de ingeniería
Maestría en Ingeniería con Énfasis en Eléctrica y Electrónica

Trabajo de grado

Restauración de Imágenes de Retinografía Mediante Técnicas de Aprendizaje de Diccionarios

Erik Miguel Barrios Montes

1. Revisor **Sonia Contreras, PhD**
Facultad de ingeniería
Universidad Tecnológica de Bolívar

2. Revisor **Lenny A Romero Perez, PhD**
Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Tecnológica de Bolívar

Director **Andrés Marrugo, PhD**

2018

Erik Miguel Barrios Montes

Restauración de Imágenes de Retinografía Mediante Técnicas de Aprendizaje de Diccionarios

Trabajo de grado, 2018

Revisores: Sonia Contreras, PhD y Lenny A Romero Perez, PhD

Director: Andrés Marrugo, PhD

Universidad Tecnológica de Bolívar

Maestría en Ingeniería con Énfasis en Eléctrica y Electrónica

Facultad de ingeniería

Cartagena, Bolivar.

Resumen

En el ámbito de la oftalmología, las imágenes de fondo de ojo son importantes para el diagnóstico de muchas enfermedades. Sin embargo, usualmente se encuentran pequeños artefactos que pueden ser confundidos con lesiones. La remoción digital de los artefactos puede entenderse como un proceso de reconstrucción por rellenado conocido como *inpainting*. En este trabajo proponemos una metodología a partir de la técnica de aprendizaje de diccionarios y representaciones *sparse* para la remoción de artefactos en imágenes de fondo de ojo. Inicialmente se identificaron las características de los artefactos más comunes para propiciar su segmentación. En segunda instancia, se desarrolló un algoritmo basado en aprendizaje de diccionarios para el *inpainting* en imágenes, manipulando imágenes sintéticas que contemplaban distintas estructuras y texturas emulando las imágenes de fondo de ojo. Como puesta a punto y evaluación del algoritmo, se utilizaron imágenes de fondo de ojo reales, en las cuales se removieron pequeñas regiones simulando la remoción de artefactos.

Palabras claves: Aprendizaje de Diccionarios; *Sparse representation*; *inpainting*, *retinal image*.

Agradecimientos

En primer lugar agradezco a Dios por permitirme alcanzar esta nueva meta en mi vida profesional.

A mi familia en especial a mi esposa por el apoyo incondicional en todas las aventuras que emprendo.

A La Universidad Tecnológica de Bolívar por darme la oportunidad de ser parte de su comunidad estudiantil y haber puesto en mi camino personas con una calidad humana admirable.

A mi director de tesis y profesor Andrés Marrugo quien con su conocimiento, paciencia, y sobretodo confianza en mí, siempre me orientó pertinentemente para la culminación de esta nueva etapa con éxito.

A la profesora María Millan de la Universidad Politécnica de Cataluña, quien sin importar la distancia y múltiples ocupaciones siempre me brindó su colaboración durante toda la tesis y sobre todo en ésta última etapa.

También agradezco a los profesores que durante estos dos años hicieron parte activa de este proceso de crecimiento profesional, en especial a los docentes: José Luis Villa, Sonia Contreras, Juan Carlos Martínez, y Oscar Acevedo.

A Sergio Miguel y Belén

Índice general

1	Introducción	2
1.1	Justificación	4
1.2	Antecedentes	6
1.3	Objetivos	8
1.3.1	Objetivo General	8
1.3.2	Objetivos Específicos	8
1.4	Divulgación de resultados	8
1.5	Estructura del contenido	9
2	Fundamentos	10
2.1	Imágenes de Retinografía	10
2.2	Soluciones <i>sparse</i> en sistemas lineales indeterminados	11
2.3	Representación de una señal <i>sparse</i>	14
2.3.1	Algoritmos de representación <i>sparse</i>	16
2.4	Aprendizaje de diccionario	18
2.4.1	Metodo K-SVD	19
2.5	Representación <i>sparse</i> basada en parches	20
3	Metodología	22
3.1	Aprendizaje de diccionarios implementado	22
3.2	Predicción de valores y restauración	24
3.3	Segmentación vía <i>inpainting</i> SVI	25
4	Resultados y Discusión	28
4.1	Imágenes sintéticas.	28
4.2	Imágenes de fondo de ojo en escala de grises.	29
4.3	Imágenes RGB.	33
4.4	Resultados de la segmentación vía <i>inpainting</i>	36
5	Conclusiones	39
	Bibliografía	41

Índice de figuras

1.1	(a) Fondo de ojo con artefactos, (b) Artefacto en medio de vaso sanguíneo	3
1.2	Ilustración del problema de <i>inpainting</i> en una imagen I se desea reconstruir la región L .	4
2.1	Estructura de un ojo humano (Ilustración por Holly Fischer).	11
2.2	Una retinografía convencional del fondo de ojo con las estructuras retinianas señaladas. Extraído de amf-semfyc Web.	12
2.3	Esquema del sistema óptico de una cámara retiniana. Extraído de (Marrugo, 2013)	13
2.4	Representación <i>sparse</i> Dx que se aproxima a y , donde $\ x\ _0 = T_0$ (e.g $T_0 = 3$).	15
2.5	Proceso de extracción de parches en una imagen. $R_k(\cdot)$ es un operador que extrae el parche y_k de la imagen y . La reconstrucción de la imagen viene dada por la ecuación (2.28).	20
3.1	Método propuesto. Se tiene como entrada una imagen original y y una máscara M con la localización de los artefactos. La salida es la imagen restaurada y^r sin artefactos.	23
3.2	Acondicionamiento de la imagen de entrada, basado en representación <i>sparse</i> mediante parches	25
3.3	Proceso de <i>inpainting</i> en imágenes.	26
3.4	Proceso de <i>inpainting</i> convencional.	26
3.5	Método propuesto de segmentación vía <i>inpainting</i> SVI.	27
4.1	(a) Imagen 1 original, (b) simulación de artefactos, (c) restauración basado en Aprendizaje de Diccionarios con resultado de PSNR= 62.4790 dB, RMSE = 0.1917. (d) Imagen 2 original, (e) simulación de artefactos, (f) restauración basado en Aprendizaje de Diccionarios con resultado de PSNR= 62.1760 dB, RMSE = 0.1985.	29
4.2	Revisión de desempeño de restauración en Zonas que contienen textura.	30
4.3	(a) Canal G de la Imagen 1 (b) Restauración del canal G imagen 1. (c) Canal G de la Imagen 2 (d) Restauración del canal G imagen 2.	31
4.4	(a) Diccionario DCT. (b) Diccionario de Aprendizaje.	32

4.5	(a) Imagen original, (b) Método inpainting convencional por difusión, (c) <i>Inpainting</i> basado en Aprendizaje de Diccionarios.	34
4.6	(a) Imagen original 1. (b) Restauración de la imagen 1. (c) Diferencia entre imagen original 1 y su restauración. (d) Imagen original 2 (e) Restauración de la imagen 2. (f) diferencia entre imagen original 2 y su restauración. (g) Imagen original 3. (h) Restauración de la imagen 3. (i) diferencia entre imagen original 3 y su restauración.	35
4.7	Artefacto detectado mediante proceso iterativo de SVI.	36
4.8	Diferencias entre mascarar convencionales y segmentación iterativo propuesta.	37
4.9	segmentación de artefactos en retinografía.	38

Introducción

Las imágenes de fondo de ojo son ampliamente utilizadas en la consulta oftalmológica para el diagnóstico y seguimiento de enfermedades oculares, cardiovasculares, diabetes, entre otras (Abràmoff y col., 2010). Las cámaras retinianas, como cualquier otro dispositivo de captura de imagen, sufren de partículas de polvo que se adhieren al sensor y la lente. Estas partículas se manifiestan como pequeños artefactos o defectos en las imágenes, lo que puede repercutir negativamente en el diagnóstico (Sierra, 2016; Zhou y Lin, 2007). Por ejemplo, estos artefactos se pueden confundir con pequeñas lesiones, como microaneurismas.

Las partículas de polvo adheridas al sensor o a la lente introducen artefactos al bloquear la luz que llega al sensor y se manifiestan como manchas oscuras. El problema con el polvo es importante puesto que es inevitable en la práctica clínica y además es acumulativo. La limpieza del sensor es posible, pero no se realiza con frecuencia porque requiere asistencia profesional y tiempo de inactividad. Por lo tanto, es probable que se adquirieran muchas imágenes antes que se limpie el sensor o que se advierta la presencia de artefactos por el técnico. En la Figura 1.1.(a) se presenta una fotografía de fondo de ojo con algunos artefactos en forma de motas oscuras. Realizando un acercamiento, en la Figura 1.1.(b) se puede apreciar que algunos de ellos se ubican sobre vasos sanguíneos y esto representa un problema importante tanto para un diagnóstico oportuno como para el posterior procesamiento digital.

La metodología para eliminar digitalmente artefactos de una imagen puede entenderse como un proceso de reconstrucción de información faltante o deteriorada conocido como *inpainting* (Guillemot y Le Meur, 2014). Sea una imagen $I = f(x, y)$, como se muestra en la Figura 1.2, se desea obtener los valores de I para la región L , su principio está basado en la suposición que los píxeles en las partes conocidas (I) y desconocidas (L) de la imagen comparten las mismas propiedades estadísticas o estructuras geométricas. El *inpainting* es un problema que no tiene una solución única bien definida. Todos los métodos para resolver este problema realizan priorizaciones en las imágenes, ya sean locales o globales, con el objetivo de tener imágenes físicamente plausibles y visualmente lo más agradable posible. De manera general, podemos clasificar los métodos de

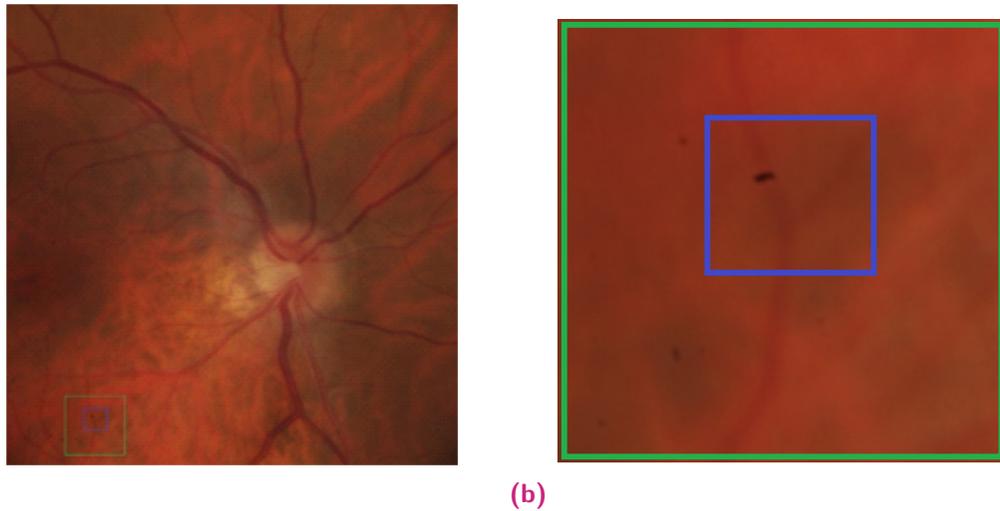


Figura 1.1: (a) Fondo de ojo con artefactos, (b) Artefacto en medio de vaso sanguíneo

inpainting en tres categorías: (i) métodos basados en difusión, (ii) métodos basados en ejemplares (*exemplar-based inpainting*) y (iii) métodos híbridos (Elad, 2010). Los métodos de la primera categoría están basados en modelos paramétricos o ecuaciones de derivadas parciales utilizados para propagar (o difundir) las estructuras locales del exterior (I) al interior del objetivo (L). El mayor inconveniente de estos métodos es el no conseguir reconstruir texturas, por lo tanto, se obtienen como resultado regiones reconstruidas suavizadas y desprovistas de la posible textura circundante. En la segunda categoría, se encuentran los métodos mediante ejemplares. Estos métodos se definen a partir de plantillas o parches de una imagen y suponen que las estadísticas de la textura en la imagen son estacionarias (en el caso de texturas aleatorias) u homogéneas (en el caso de patrones regulares). La textura por sintetizar se aprende de regiones similares en una muestra de textura o en una parte conocida de la imagen. El aprendizaje se hace por muestreo y copiando o uniendo parches juntos, como por ejemplo mediante un proceso de ventanas deslizantes (*sliding windows*). Por último, los métodos híbridos han surgido como aproximaciones que combinan las ventajas de las categorías anteriores. Éstos permiten realizar *inpainting* con información de textura manteniendo la estructura lineal de manera simultánea.

Recientemente, en los métodos basados en ejemplares se ha introducido un nuevo paradigma conocido como Aprendizaje de diccionarios (Toic y Frossard, 2011). Este método consiste en aprender la mejor representación de la señal (o un conjunto de señales) a partir de la misma señal. A la vez, el método busca que esta representación sea rala (*sparse*) y adaptable a cualquier familia de señales. El proceso de aprendizaje constituye esencialmente un problema de optimización no convexo. Sin embargo, recientes avances

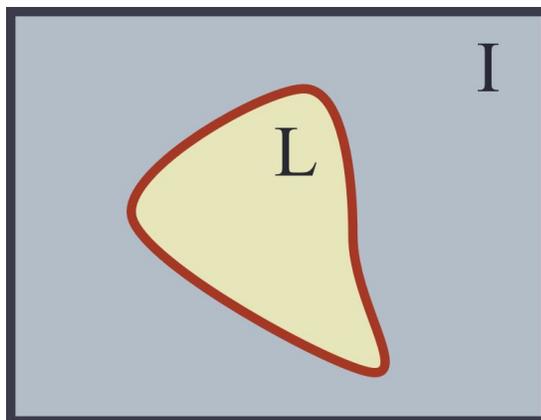


Figura 1.2: Ilustración del problema de *inpainting* en una imagen I se desea reconstruir la región L .

han demostrado que es un problema tratable y se puede resolver (Rubinstein y col., 2013).

Por lo tanto, en este trabajo abordamos el desarrollo e implementación de una metodología para eliminar artefactos en imágenes de fondo de ojo, utilizando una técnica basada en aprendizaje de diccionarios. Se buscó que la restauración preservara las características de la imagen y no introdujera nuevos artefactos.

1.1 Justificación

El deterioro visual es un problema de salud significativo en todo el mundo. La Organización Mundial de la Salud (O.M.S/W.H.O) en su artículo (Organization, 2010) estima que más del 80% de la discapacidad visual global se puede prevenir realizando adecuados diagnósticos y tratándolos a tiempo.

Muchas enfermedades importantes se manifiestan en la retina y encuentran su origen en el ojo, el cerebro o el sistema cardiovascular. Existen varias enfermedades prevalentes que se pueden estudiar a través de imágenes oculares y análisis de imágenes, como los siguientes.

- *Retinopatía diabética:* La retinopatía diabética (RD) es una complicación de la diabetes mellitus y la segunda causa más común de ceguera y pérdida visual en los EE. UU. En el ojo, la hiperglucemia daña las paredes del vaso retiniano y puede conducir al crecimiento de nuevos vasos sanguíneos (neovascularización), que

pueden sangrar y causar desprendimiento de retina. También puede causar edema macular diabético y dañar los fotorreceptores debido a una falla en la barrera hemato-retiniana (Williams y col., 2004).

- *Degeneración macular relacionada con la edad*: La degeneración macular relacionada con la edad (DMAE) es la causa más común de pérdida visual en los EE. UU. y es un problema creciente de salud pública. Las dos formas principales son la DMAE húmeda y seca, de las cuales la DMAE seca generalmente conduce a la pérdida gradual de la agudeza visual. La AMD húmeda, también llamada neovascularización coroidal, es la forma más amenazante visualmente. Su curso natural es una agudeza de deterioro rápido, cicatrización del epitelio pigmentario y pérdida visual permanente o ceguera.
- *Glaucoma*: El glaucoma es la tercera causa principal de ceguera en los EE. UU., que se caracteriza por un daño gradual al nervio óptico y la pérdida resultante del campo visual. Se ha demostrado que el diagnóstico precoz y el tratamiento óptimo minimizan el riesgo de pérdida visual debido al glaucoma (Heijl y col., 2002). El sello distintivo del glaucoma es la ventosa del disco óptico, que es la manifestación visible de la estructura 3-D de la cabeza del nervio óptico. La relación de la copa del disco óptico y las áreas de superficie del borde neuroretinal en estas imágenes, llamada relación copa-disco, es un indicador estructural importante para evaluar la presencia de progresión del glaucoma.
- *Enfermedad vascular*: La enfermedad cardiovascular se manifiesta en la retina de varias maneras. La hipertensión y la aterosclerosis causan cambios en la relación entre el diámetro de la retina, las arterias y las venas, conocida como la relación A / V. Una disminución en la relación A / V se asocia con un mayor riesgo de accidente cerebrovascular e infarto de miocardio (Hubbard y col., 1999).

La segmentación de las diferentes lesiones y la clasificación de patologías basadas en texturas son estrictamente necesarias en el estudio de fondo de ojo, sin embargo, si existe información en la imagen que no hace parte del órgano analizado, como partículas de polvo en el lente de la cámara, dichas partículas aparecerán como pequeños artefactos en la imagen dificultando un apropiado diagnóstico (Abràmoff y col., 2010).

Los sistemas de diagnóstico asistido por computador (CAD) se han convertido en uno de los principales temas de investigación en imágenes médicas. Éstos algoritmos son utilizados por los médicos como una "segunda opinión", y no pretenden reemplazar

ni ser comparables con los roles que desempeñan los médicos, por el contrario, en la actualidad es una herramienta de gran ayuda en la detección temprana de enfermedades como cánceres de mama en mamografías (Doi, 2007), por lo que se hace necesario extender sus aplicaciones en todas las áreas de la medicina, enfocándose este trabajo en imágenes de retinografía.

1.2 Antecedentes

En el ámbito de procesamiento de imágenes para la detección y eliminación digital de artefactos se han realizado diferentes estudios. Willson y col. (2005) abordan directamente este tema, sin embargo, su trabajo está orientado al modelado de las partículas de polvo que se unen a la lente y no a su remoción digital. Zhou y Lin (2007), proponen un modelo de formación de artefactos de polvo y un enfoque de detección y eliminación basado en un esquema de optimización. Los autores suponen que la partícula de polvo está hecha de un solo material, que su proyección en el sensor es aproximadamente monocromática, y por lo tanto debería tener propiedades de color diferentes a la región circundante. Los resultados reportados son satisfactorios en escenas naturales, no obstante, no son directamente aplicables a imágenes médicas, en particular imágenes de fondo de ojo.

Recientes avances han demostrado la utilización de aprendizajes de diccionarios como solución al problema de *inpainting* en imágenes, partiendo de la premisa que las partes conocidas y desconocidas de la imagen comparten la misma representación *sparse* (Aharon y col., 2006; Elad y Aharon, 2006; Elad y col., 2005; Shen y col., 2009). Esta aproximación es más robusta que la difusión, en cuanto permite rellenar áreas donde se necesita tener en cuenta la textura y estructura. Distintos autores han propuesto variantes al método de *inpainting* por aprendizaje de diccionarios. Amano y Sato (2007), propusieron un análisis de componentes principales (PCA), que consiste en un método de *inpainting* con retroproyección (*back projection*) para píxeles perdidos, los autores confirmaron que se pueden obtener resultados válidos para el *inpainting* en características locales de una imagen, ya que se aprenden sobre la base de la autocorrelación de una misma imagen de entrada.

Así mismo, Xu y Sun (2010) presentaron un nuevo modelado para cuantificar la prioridad de los parches y su representación. Estos son dos pasos cruciales para el llenado de la información faltante o desconocida en la imagen porque permite una mejor discriminación de la estructura y la textura, y la representación *sparse* del parche obliga a las

regiones recién reconstruidas a ser nítidas y consistentes con las texturas circundantes. De igual forma, Ogawa y Haseyama (2013), utilizan distintos criterios para optimizar el rendimiento de representación de los datos de una imagen. Proponen el índice de similitud estructural (SSIM) para demostrar que los subespacios utilizados para el *inpainting* pueden ser proporcionados de forma adaptativa. Esto es, que las representaciones *sparse* permiten una selección adaptativa de bases óptimas para aproximar el llenado de una región en imágenes.

El trabajo más reciente utilizando la metodología de *inpainting* por aprendizaje de diccionarios en imágenes de fondo de ojo es el realizado por Colomer y col. (2017). No obstante, el objetivo de ese trabajo es la remoción de vasos sanguíneos para la segmentación de lesiones oculares. El trabajo es susceptible a errores en la segmentación y además está eliminando elementos que sí hacen parte del fondo de ojo, por lo tanto, la valoración objetiva del *inpainting* no es posible.

Con relación a la detección y eliminación de artefactos en imágenes de fondo de ojo, los trabajos de Mora y col. (2013) y Mora y Fonseca (2014) son pioneros en utilizar estrategias basadas en plantillas para la detección automática de artefactos. Sin embargo, los artefactos que detectan son principalmente reflexiones indebidas, manchas en la lente, entre otras, pero no llevan a cabo detecciones de artefactos producidos por partículas de polvo. Mas aún, en este trabajo no se eliminan los artefactos, sino que simplemente se detectan y se señalan.

Recientemente, Sierra y col. (2017) han propuesto un algoritmo para la detección y eliminación de artefactos producidos por partículas de polvo en imágenes retinianas. Los resultados son satisfactorios, sin embargo, la eliminación de los artefactos se lleva a cabo utilizando un método basado en difusión. Cuando los artefactos caen sobre regiones relativamente uniformes no se evidencia problema alguno. No obstante, cuando un artefacto se posiciona sobre una estructura retiniana, por ejemplo, un vaso sanguíneo, el método *inpainting* por difusión introduce artefactos, resultados que pueden provocar un diagnóstico inadecuado.

En esta investigación partimos del trabajo de Sierra y col. (2017) y proponemos una nueva estrategia para la eliminación de los artefactos en imágenes de fondo de ojo basada en representaciones *sparse* y aprendizaje de diccionarios. Considerando diversos análisis como: escalas de grises, RGB, eliminación de artefactos sobre y por fuera de los vasos sanguíneos. Los resultados experimentales muestran una importante mejora comparado la reconstrucción por difusión conservando pequeños detalles en los vasos sanguíneos después de la remoción de artefactos.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Desarrollar e implementar una metodología a partir de la técnica de aprendizaje de diccionarios y representaciones *sparse* para la remoción de artefactos en imágenes de fondo de ojo.

1.3.2 Objetivos Específicos

1. Identificar las características de los artefactos comúnmente hallados en imágenes de fondo de ojo y las limitaciones respecto a su remoción.
2. Desarrollar un algoritmo basado en aprendizaje de diccionarios para el *inpainting* en imágenes que contemple la estructura y la textura.
3. Evaluar y comparar el desempeño del algoritmo respecto a imágenes de prueba.

1.4 Divulgación de resultados

El desarrollo de este trabajo de grado ha estado enmarcado en el proyecto "Técnicas de imagen ocular con incidencias en la práctica clínica" financiado por el Centro de Cooperación y Desarrollo de la Universidad Politécnica de Cataluña y en colaboración con la Fundación Oftalmológica de Santander en Bucaramanga.

Parte de los resultados de esta investigación se presentaron en una ponencia oral (Barrios y col., 2017) junto con el profesor Andrés Marrugo y la profesora María Millan de la Universidad Politécnica de Cataluña en el XV Encuentro Nacional de Óptica y VI Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus aplicaciones (XV ENO-VI CANCOA 2017). Como resultado de dicha participación el resumen fue publicado en las memorias del evento (Anexo 1). Por otra parte, el comité organizador nos invitó a publicar el artículo en extenso en la revista *Optica Pura y Aplicada (OPA)* de la Sociedad Española de Óptica SEDOPTICA, el cual se encuentra en su última etapa de revisión. Actualmente, se pretende realizar publicaciones adicionales con los resultados recientemente obtenidos y continuar la colaboración entre el grupo de investigación en Física Aplicada y Procesamiento de Imágenes y Señales de la UTB con las distintas entidades externas.

1.5 Estructura del contenido

El presente trabajo está organizado en cinco capítulos, cuyo contenido se detalla a continuación. En el capítulo 2, se presenta una breve exposición de los fundamentos en análisis de imagen de fondo de ojo y de la técnica de aprendizaje de diccionarios. En el capítulo 3, se describe la metodología propuesta para la restauración de imágenes de fondo de ojo basado en aprendizaje de diccionarios y representaciones *sparse*. Además, se aborda el concepto de segmentación vía *inpainting* (SVI). Es preciso resaltar que presentamos la SVI como una nueva metodología para realizar segmentación en imágenes, resultado que fue generado en el transcurso de la presente investigación. Este es uno de nuestros principales aportes. En el capítulo 4, se muestran los resultados obtenidos y la discusión. Por último, en el capítulo 5 presentamos las conclusiones obtenidas.

Fundamentos

En este capítulo presentamos los fundamentos en relación a las imágenes de fondo de ojo, definimos la terminología que se abordará en todo el documento y exponemos los temas como representación de una señal *sparse*, y aprendizaje de diccionario. Al final del capítulo se unen los conceptos con el fin de describir las representaciones *sparse* basadas en parches.

2.1 Imágenes de Retinografía

La retinografía es el procedimiento más común a la hora de adquirir una imagen a color de la retina o fondo del ojo, en la Figura 2.1 se puede apreciar como está compuesto este órgano. Esta técnica permite estudiar con detalles las características y estado de algunas partes del interior del ojo como lo son: La circulación o vasos sanguíneos que alimentan la retina, el propio tejido de la retina estudiando su pigmentación, el área macular que es la zona central encargada de la visión del detalle (de alta resolución), el nervio óptico, entre otros (ver Figura 2.2).

Las imágenes de fondo de ojo son utilizadas por los especialistas en la prevención y detección de enfermedades así como el seguimiento y evolución en tratamientos. El equipo principalmente utilizado para obtener estas imágenes se conoce como retinógrafo. El procedimiento de captura se puede entender mediante la Figura 2.3, donde A y B son fuentes artificiales de luz provenientes ya sea de una lámpara o un flash electrónico, C es un conjunto de lentes y filtro que dirige el haz hasta D , el ojo del paciente es colocado en la posición E , F es el sensor de la cámara, finalmente la imagen puede ser visualizada en la pantalla G .

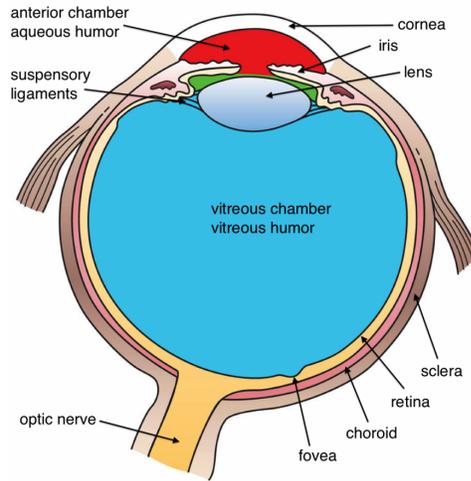


Figura 2.1: Estructura de un ojo humano (Ilustración por Holly Fischer).

2.2 Soluciones *sparse* en sistemas lineales indeterminados

La mayor parte de la literatura existente respecto al presente tema de investigación se encuentra en inglés, si se desea traducir el termino *sparse* se pueden obtener resultados como: escaso, disperso, poco denso, entre otros; siendo considerada la mejor traducción para este tema la palabra **ralo**. Cuando nos referimos a ralo, se quiere dar a entender que es una construcción de pocos elementos o datos (escaso) y además estos se encuentran separados entre sí (dispersos). Por lo antedicho y con el propósito de evitar posible problemas de interpretación o confusión, en este trabajo se decide utilizar el termino *sparse* en vez de la palabra ralo.

Los sistemas de ecuaciones lineales son el motor central en muchos desarrollos y soluciones de ingeniería, gran parte de este conocimiento se implementa de manera práctica y exitosa en muchas aplicaciones. Paradójicamente, dentro de esta área bien estudiada, existe un problema elemental relacionado a soluciones *sparse* de sistemas lineales, el cual sólo recientemente se está explorando. Esta sección está basada en definir este problema cuidadosamente con el fin de encontrar soluciones *sparse*. En particular partimos de las siguientes definiciones:

- Sea la matriz $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ con $n \leq m$, sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

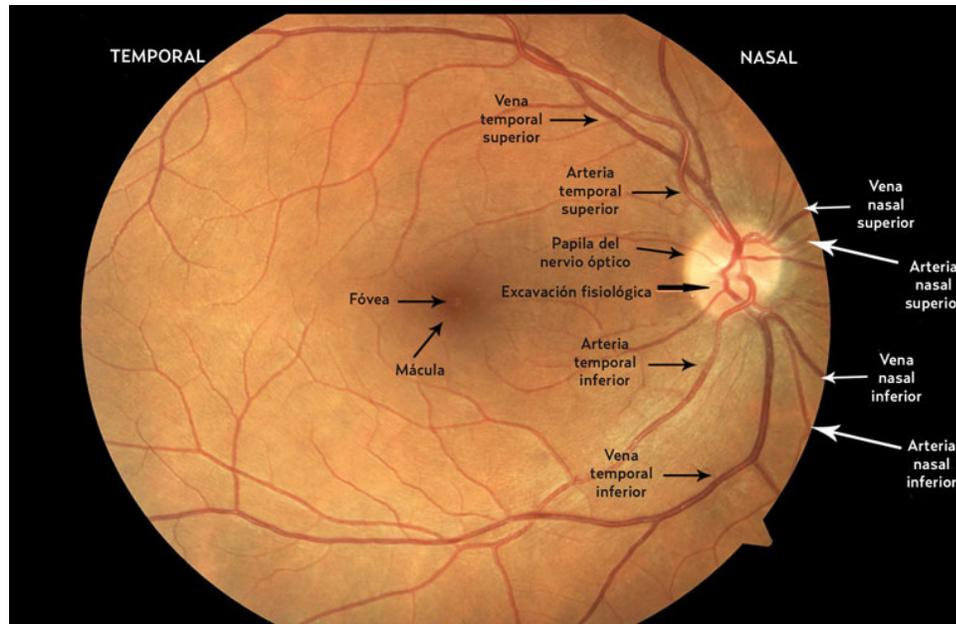


Figura 2.2: Una retinografía convencional del fondo de ojo con las estructuras retinianas señaladas. Extraído de amf-semfyc Web.

- Si \mathbf{b} no está en el rango de \mathbf{A} el sistema no tendrá solución, ya que existirán más incógnitas que ecuaciones.
- Se supondrá que \mathbf{A} es de rango completo, implicando que sus columnas son un sistema generador del espacio \mathbf{R}^n (the columns span \mathbf{R}^n .)

El objetivo es seleccionar los valores adecuados de \mathbf{x} que permitirán reconstruir la señal \mathbf{b} .

Regularización

Muchos problemas de ingeniería asumen la formulación anterior, deseando obtener una solución única. Sin embargo, el hecho de que existen infinitas soluciones, obliga a buscar nuevas herramientas para limitar dicha selección. La regularización es un criterio general utilizado para limitar la elección de \mathbf{x} , donde $J(\mathbf{x})$ es la función que permite evaluar la conveniencia de una posible solución de \mathbf{x} . Se define a continuación un problema de optimización general (P_J):

$$(P_J) : \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \text{ sujeto a } \mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad (2.1)$$

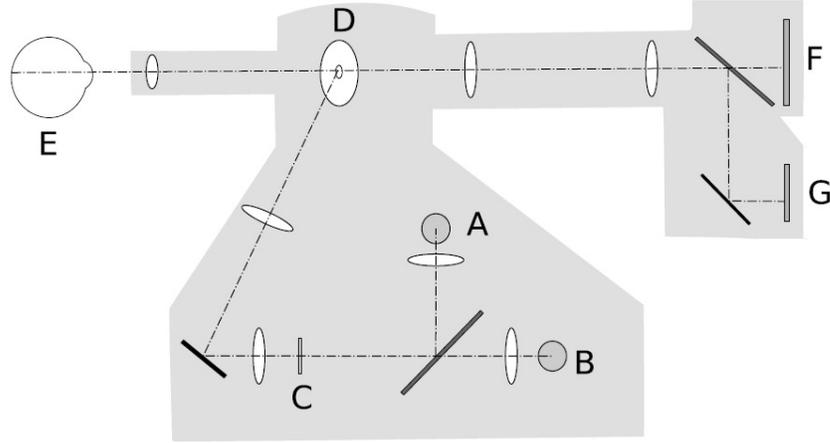


Figura 2.3: Esquema del sistema óptico de una cámara retiniana. Extraído de (Marrugo, 2013)

de tal manera que $J(\mathbf{x})$ determina ahora qué tipo de solución se obtiene. La elección más conocida para $J(\mathbf{x})$ es la norma euclidiana $\|\mathbf{x}\|_2^2$. El problema P_2 ($J = 2$) que resulta de tal elección tiene una solución única para $\hat{\mathbf{x}}$ llamada solución de norma mínima. Con el objetivo de demostrar dicha solución es necesario utilizar multiplicadores de Lagrange, se define el Lagrangiano

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda^T (\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}), \quad (2.2)$$

donde (λ) es el multiplicador de Lagrange para el conjunto restringido. Derivando la expresión anterior se tiene que

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 2\mathbf{x} + \mathbf{A}^T \lambda, \quad (2.3)$$

donde la solución es,

$$\hat{\mathbf{x}}_{opt} = \frac{-1}{2} \mathbf{x} \mathbf{A}^T \lambda \text{ sujeto a } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (2.4)$$

ahora se multiplica \mathbf{A} en ambos lados de la expresión,

$$\mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}_{opt} = \frac{-1}{2} \mathbf{A} \mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{b}, \quad (2.5)$$

despejando λ

$$\lambda = -2(\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{b}, \quad (2.6)$$

la solución será

$$\hat{\mathbf{x}}_{opt} = \frac{-1}{2} \mathbf{A}^T \lambda = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{b} = \mathbf{A}^+ \mathbf{b}. \quad (2.7)$$

Como se asume que \mathbf{A} es de rango completo y $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ es positiva e invertible, entonces, para la forma general $J(x) = \|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2$ (de tal manera que $\mathbf{B}^T\mathbf{B}$ es invertible), se tiene la solución óptima

$$\hat{\mathbf{x}}_{opt} = (\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}(\mathbf{B}^T)^{-1}\mathbf{A}^T)\mathbf{b}. \quad (2.8)$$

Esta norma mínima también es conocida como norma ℓ_2 , su uso está extendido en diversos campos de la ingeniería, debido principalmente a su simplicidad y el hecho de una solución cerrada y única; sin embargo, dichas ventajas no significa que represente la mejor solución (Elad, 2010).

Minimización por normas

La norma ℓ_p es una medida popular para medir que tan *sparse* son los datos mediante un análisis matemático. Con el fin de encontrar soluciones más *sparse* se asume que para el tamaño de $\mathbf{x}(\ell_p)$ se debe encontrar un vector en ℓ_q tal que $q < p$, siendo ℓ_q la norma más pequeña en ℓ_1 . Obviamente, es valido afirmar que de la norma ℓ_2 a ℓ_1 se promueven soluciones *sparse*, donde el objetivo principal es minimizar estas normas. Se puede analizar el caso cuando el límite de p tienda a cero ($\|\mathbf{x}\|_0$), es aquí donde se encontrará la máxima escasez (La norma ℓ_0 cuenta el número de elementos diferentes de cero.). Sin embargo, a diferencia de ℓ_2 ésta norma no satisface todos los axiomas, lo cual indica que no todas las veces converge a una solución.

2.3 Representación de una señal *sparse*

Las representaciones *sparse* intentan determinar a partir de los datos observados, los subespacios donde se encuentran los datos más relevantes de la señal, tratando de reducir eficientemente la dimensionalidad. Su principio se basa en aproximar una señal y de dimensión n , como una combinación lineal de un pequeño número de señales tomados de una base llamada diccionario D de la siguiente manera,

$$y \approx \sum_{k=1}^N d_k x_k . \quad (2.9)$$

El diccionario D es una matriz $N \times K$, que contiene elementos de longitud N , estos son vectores columnas del diccionario frecuentemente llamados átomos ($D = [d_1, d_2, \dots, d_k]$), y x_k es el conjunto de coeficientes de representación de la señal. Se dice que el diccio-

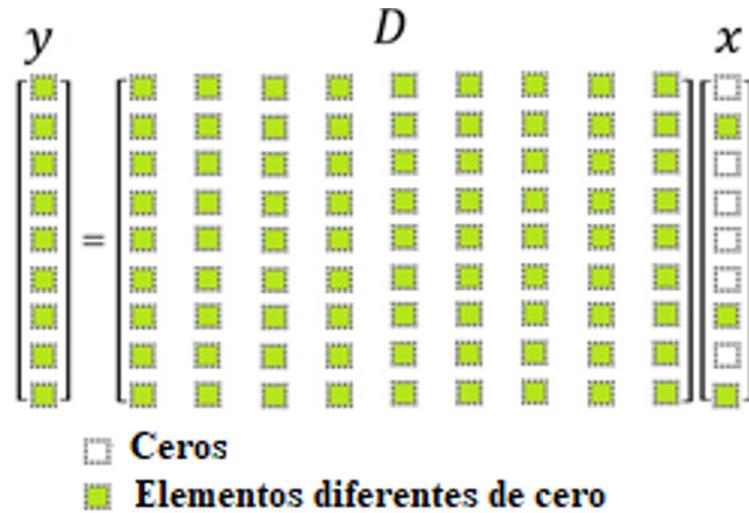


Figura 2.4: Representación *sparse* Dx que se aproxima a y , donde $\|x\|_0 = T_0$ (e.g $T_0 = 3$).

nario es completo si se extiende por todas las dimensiones de la señal a representar ($N = n$). Escrito de forma matricial,

$$y \approx Dx \quad (2.10)$$

El objetivo es encontrar el vector x que contiene los coeficientes de representación, de tal manera que la mayoría de las entradas en x sean cero. Este es un problema de aproximación *sparse* y una forma común de encontrar x es resolviendo el siguiente problema de optimización,

$$\min_x \|y - Dx\|_2^2, \text{ sujeto a } \|x\|_0 \leq T_0 \quad (2.11)$$

El operador $\|\cdot\|_0$ es la norma ℓ_0 que cuenta la cantidad de elementos distintos de cero en un vector y T_0 es el número de coeficientes distintos de cero. Como fue mencionado en la sección 2.2, la ℓ_0 norma permite medir qué tan *sparse* es la representación x . En la Figura 2.4 se muestra gráficamente la representación *sparse* de la señal y . Nótese que en este ejemplo, el vector x tiene una ℓ_0 norma igual a 3. Sin embargo, es necesario aclarar que la ℓ_0 norma no garantiza una convergencia a una solución en un tiempo razonable del problema de optimización, debido a que es un problema combinatorial del tipo exponencial conocido como NP-difícil. Se debe entonces, relajar el problema de optimización a las normas superiores ℓ_1 o ℓ_2 , proporcionando problemas convexos que pueden ser resueltos mediante algoritmos como el *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP) (Manat y Zhang, 1993), *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* (LASSO) (Tibshirani, 1996).

Como \mathbf{D} es de rango completo, y el operador $\|\cdot\|_2$ es la norma ℓ_2 , una solución óptima, que representamos por $\hat{\mathbf{x}}$, se obtiene por mínimos cuadrados de la siguiente manera

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{y} . \quad (2.12)$$

2.3.1 Algoritmos de representación *sparse*

En esta sección se presentarán los principales algoritmos utilizados como herramienta de solución al problema de optimización presente en el tratamiento de representaciones *sparse*, en primera instancia el algoritmo de optimización iterativa de la clase búsqueda voraz (*greedy pursuit*) *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP), en segunda instancia varianzas de este método con mínimos cuadrados (LS-OMP) (Engan y col., 2007) y por último el algoritmo de regresión de menor ángulo *Least Angle Regression Stagewise* (LARS) (Efron y col., 2004).

Algoritmo *Orthogonal Matching Pursuit* OMP

La estrategia principal es una búsqueda exhaustiva realizando una serie de actualizaciones por columnas. Partiendo de $\mathbf{x}^0 = 0$ manteniendo un conjunto de columnas activas, iterativamente en cada una de las etapas se construye una aproximación de \mathbf{x}^k ampliando el conjunto por una columna adicional. Se minimiza el término

$$\min_x \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 , \quad (2.13)$$

luego utiliza un soporte de búsqueda S^k en el cual, \mathbf{A}_{S^k} es una matriz de tamaño $n \times |S^k|$, entonces el nuevo objetivo es

$$\min_x \|\mathbf{A}_{S^k} \mathbf{x}_{S^k} - \mathbf{b}\|_2^2 , \quad (2.14)$$

donde \mathbf{x}_{S^k} es una porción del vector \mathbf{x} . Después de construir una aproximación que incluye la nueva columna, se evalúa el error ℓ_2 , y el residuo de la k -ésima iteración es,

$$\mathbf{r}^k = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^k = \mathbf{b} - \mathbf{A}_{S^k} \mathbf{x}_{S^k}, \quad (2.15)$$

el algoritmo termina si este residuo cae por debajo de un umbral específico.

LS-OMP

Es una variante del algoritmo OMP, con un comportamiento de mayor complejidad pero con mejores resultados que el algoritmo anterior, caracterizado porque en cada iteración se resuelve por mínimos cuadrados (LS), resolviendo todos los coeficientes a la vez, considerando todas las columnas acumuladas y la candidata juntas.

Algoritmo LARS

Otro algoritmo utilizado para encontrar soluciones *sparse* es el LARS por *Least Angle Regression Stagewise* (Regresión de menor ángulo) que utiliza operadores de reducción y selección del menos absoluto, a continuación se describe dicho proceso:

$$f(\mathbf{x}) = \lambda \|\mathbf{x}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2, \quad (2.16)$$

donde el subgradiente se define por

$$\partial f(\mathbf{x}) = (\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}) + \lambda \mathbf{z}) \quad \forall \mathbf{z} \begin{cases} +1 & \mathbf{x}[i] > 0 \\ [-1, 1] & \mathbf{x}[i] = 0 \\ -1 & \mathbf{x}[i] < 0. \end{cases} \quad (2.17)$$

Para minimizar $f(\mathbf{x})$ se debe encontrar \mathbf{x} y \mathbf{z} , siendo, $0 \in \partial f(x)$ el conjunto de subgradien-tes en la posición x_0 , se definen todas las posibles direcciones \mathbf{V} tal que:

$$f(x) - f(x_0) \geq V^T(x - x_0), \quad (2.18)$$

se debe cumplir para pequeños vecinos que

$$\|\mathbf{X} - \mathbf{X}_0\| \leq \sigma, \text{ siendo } \sigma < 1. \quad (2.19)$$

El algoritmo entonces se resuelve en 3 pasos:

- El primer paso se inicia con un λ muy grande para un óptimo $\mathbf{x}_\lambda = 0$ se calcula:

$$\mathbf{Z}_\lambda = \mathbf{A}^T \mathbf{b} / \lambda \text{ en el rango } [-1, 1] \quad (2.20)$$

- En el segundo paso se disminuye λ a $\|\mathbf{A}^T \mathbf{b}\|$, entonces con,

$$Z_\lambda[i] = \text{sign}(X \lambda[i]), \quad (2.21)$$

obteniendo como resultado

$$\mathbf{x}[i] = \frac{a_i^T b - \lambda \text{sign}(\mathbf{x}\lambda[i])}{\mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_i}. \quad (2.22)$$

- En el tercer paso se obtienen las entradas no-ceros de la siguiente ecuación:

$$\mathbf{X}_\lambda^s = (\mathbf{A}_s^T \mathbf{A}_s)^{-1} (\mathbf{A}_s^T b - \lambda Z_\lambda^s), \quad (2.23)$$

donde, \mathbf{aX}_λ es solución que cambia linealmente con λ .

Es posible inferir que el número de pasos requeridos por LARS es aproximadamente igual a las dimensiones de \mathbf{x} . Ahora bien, si se realiza la comparación respecto a OMP, LARS es mejor en obtener el menor error de la norma ℓ_2 . Sin embargo tiende a dar muchos no-ceros, lo que significa mayor densidad de datos, así mismo OMP es mejor en la recuperación del soporte.

2.4 Aprendizaje de diccionario

La búsqueda de un diccionario adecuado es un problema actual de investigación. Sin embargo, en la literatura se pueden identificar tres tipos de diccionarios: diccionarios preconstruidos, adaptados y de aprendizaje. Resaltándose entre ellos los diccionarios de aprendizaje, donde su característica principal es tal que su construcción proviene de una base empírica más que de algún modelo teórico (Rubinstein y col., 2009).

Para la construcción del diccionario D se asume un conjunto de datos de entrenamientos o señales $Y = \{y_i\}_i^N$, el cual ha sido generado por un modelo fijo, el aprendizaje del diccionario se fundamenta en solucionar el siguiente problema de optimización

$$\min_x \sum_{k=1}^N \|y_i - Dx_i\|_F, \text{ sujeto a } \|x\|_0, 1 \leq i \leq N, \quad (2.24)$$

donde $\|\cdot\|_F$ representa la norma Frobenius, y_i es cada señal representada de la forma más dispersa posible \mathbf{x}_i sobre el diccionario D , puesto que existen muchas posibilidades de representar la señal \mathbf{Y} mediante distintas combinaciones lineales, es necesario

encontrar el mejor diccionario \mathbf{D} que permita representar la señal para cada y_i . En la última década se han desarrollado numerosos algoritmos para el aprendizaje de diccionario, donde sobresalen, el Método de Direcciones Optimizadas (MOD), presentado Engan et al., y el algoritmo de aprendizaje de diccionario K-SVD para representaciones *sparse*, el cual es una generalización del método de agrupamiento *k-means*, presentado por Aharon et al., La diferencia esencial entre ellos radica en la manera como actualizan continuamente las columnas del diccionario de aprendizaje llamados vectores de entrenamiento. A continuación, se describe el algoritmo K-SVD implementado para esta investigación, seleccionado principalmente porque permite realizar clasificaciones, segmentación, y reconocimientos de información, actualmente, en la literatura el comúnmente escogido para realizar gran variedad de aplicaciones en distintas áreas de investigación, resaltando entre ellas el tratamiento de imágenes biomédicas. (Staglianò y col., 2010; Engan y col., 2007)

2.4.1 Metodo K-SVD

K-SVD es una generalización del método de agrupamiento *k-means*, en el cual los átomos del diccionario se manejan alternando iterativamente entre dos etapas. En la primera etapa, utilizando un algoritmo de reconstrucción de señales *sparse*, en este caso el OMP para encontrar el átomo del diccionario que tenga mayor correlación con la señal de entrada basados en el diccionario actual. Y en la segunda etapa, actualizando los átomos en el diccionario para ajustar mejor los datos. Esta última etapa, utiliza una matriz de error del diccionario realizando descomposición de valor singular (SVD) por cada k -subconjunto de matrices diferentes (K-SVD). Este método puede definirse de la siguiente manera

- Realiza una actualización diferente en la que los átomos (columnas) en D se manejan secuencialmente (Rubinstein y col., 2013).
- Mantiene todas las columnas fijas aparte de la j_0 –ésima (d_{j_0}), esta columna puede ser actualizada junto con los coeficientes que la multiplican en x ,

$$\|y - Dx\|_F^2 = \|y - \sum_{j=1}^M d_j x_j^T\|_F^2 = \|(y - \sum_{j \neq j_0} d_j x_j^T) - d_{j_0} x_{j_0}^T\|_F^2, \quad (2.25)$$

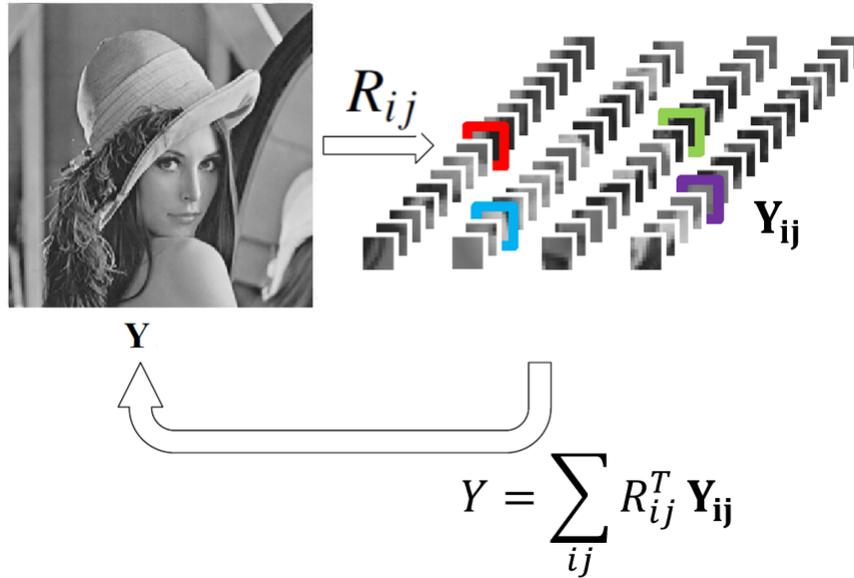


Figura 2.5: Proceso de extracción de parches en una imagen. $R_k(\cdot)$ es un operador que extrae el parche y_k de la imagen y . La reconstrucción de la imagen viene dada por la ecuación (2.28).

La expresión en parentesis en la ecuación (2.25) es una matriz de error precalculada y conocida,

$$E_{j_0} = Y - \sum_{j \neq j_0} d_j x_j^T . \quad (2.26)$$

Se define un operador de restricción que debe multiplicar a E_{j_0} por la derecha para eliminar columnas no relevantes. Cada iteración de k -means calcula las medias de k -subconjuntos diferentes, así mismo realiza una SVD por cada k -subconjunto de matrices diferentes, de allí el nombre K-SVD.

2.5 Representación *sparse* basada en parches

En literatura, la unidad básica de representación *sparse* para las imágenes son los parches (Rubinstein y col., 2013; Aharon y col., 2006; Elad y Aharon, 2006; Elad y col., 2005; Shen y col., 2009; Yang y col., 2010).

Con el propósito de entender mejor esta definición se presenta la Figura 2.5. Matemáticamente, se denota $y \in \mathbb{R}^N$ como un vector representación de la imagen original de tamaño N , $y_k \in \mathbb{R}^B$ representa el parche de la imagen con un tamaño B ($\sqrt{B} \times \sqrt{B}$), ubicado en la posición k -ésima, $k = 1, 2, 3, \dots, n$, donde n es el numero de parches de la imagen. Entonces, se tiene que $y_k = R_k(y)$, en el que $R_k(\cdot)$ es un operador que extrae

el parche y_k de la imagen y , y su transpuesta, denotada por $R_k^T(\cdot)$, es el operador que permite la reconstrucción de la imagen y , a partir del conjunto de parches $\{y_k\}$ mediante la ecuación

$$y = \left(\sum R_k^T R_k \right)^{-1} \left(\sum R_k^T y_k \right). \quad (2.27)$$

Para un diccionario dado D , el proceso de representación *sparse* de cada parche y_k se caracteriza por buscar un vector x_k , con la mayoría de valores cero o cercanos a cero de tal manera que $y_k \cong D x_k$. Entonces, toda la imagen puede estar representada de manera *sparse* por el conjunto $\{x_k\}$. En la práctica, la representación *sparse* de una imagen basada en parches se formula así

$$y = \left(\sum R_k^T R_k \right)^{-1} \left(\sum R_k^T D x_k \right), \quad (2.28)$$

donde y_k ha sido reemplazo por $D x_k$. Los métodos de restauración de imágenes basado en la regularización, que a su vez utilizan modelos de representación *sparse* basado en parches, buscan el mejor dominio para representar una imagen dada de manera *sparse* (Zhang y col., 2014). No obstante, al momento de aplicar esta estrategia en imágenes de retinografía, debemos tener presente que existe una relación directa entre los tamaños de los parches y los tamaños de los vasos sanguíneos en la imagen a procesar. Esto se debe a que el valor de la dimensión de los parches debe ser mayor a la estructura anatómica que se desea restaurar, es decir, que el tamaño de los parches debe ser mayor que el ancho de los vasos sanguíneos. De esta manera, se evita que los parches sólo contengan píxeles faltantes para asegurar una adecuada reconstrucción.

Metodología

La eliminación de los artefactos implica una estimación de píxeles de la imagen al tiempo que se mantienen las estructuras y demás características de las regiones vecinas a los artefactos. En este trabajo proponemos una metodología para la eliminación de los artefactos usando técnicas de *inpainting* basado en representaciones *sparse* de la imagen y aprendizaje de diccionario. En la Figura 3.1 se muestra un esquema del método propuesto. Se tiene una imagen de fondo de ojo, la cual hemos denominado imagen original y como entrada, además previamente se han detectado los artefactos, sea por un algoritmo automático (Zhou y Lin, 2007) o de manera manual. Esta detección también hace parte de las entradas del algoritmo y en nuestro caso corresponde a una máscara M con ceros (0) en los píxeles donde están ubicados los artefactos. Esta máscara será utilizada para evitar los píxeles de los artefactos en el proceso de aprendizaje del diccionario. La primera etapa del método consiste en generar un diccionario a partir de la imagen. En la segunda etapa se predicen los valores de las regiones faltantes (artefactos) construyendo una imagen aproximada sin artefactos \hat{y} , y por último se sustituyen estos valores en la imagen original obteniendo finalmente la imagen restaurada y^r . A continuación, explicamos cada etapa

3.1 Aprendizaje de diccionarios implementado

El presente trabajo se ha enfocado en el aprendizaje de diccionarios redundantes, entrenados a partir de un conjunto de parches y_k de una imagen y . El aprendizaje del diccionario mediante parches se fundamenta en el siguiente problema de optimización

$$\min_x \sum_{k=1}^N \|y_k - Dx_k\|_2^2, \text{ sujeto a } \|x\|_0 \leq T_0, 1 \leq k \leq N, \quad (3.1)$$

donde $\|\cdot\|_2^2$ representa la norma ℓ_2 , y_k es cada parche de una imagen y de tamaño N representada de la forma más *sparse* posible x_k sobre el diccionario D . Se han propuesto diferentes métodos para resolver el problema de optimización presentado anteriormente. En este trabajo, se utilizó un enfoque por descomposición en K valores singulares (K-

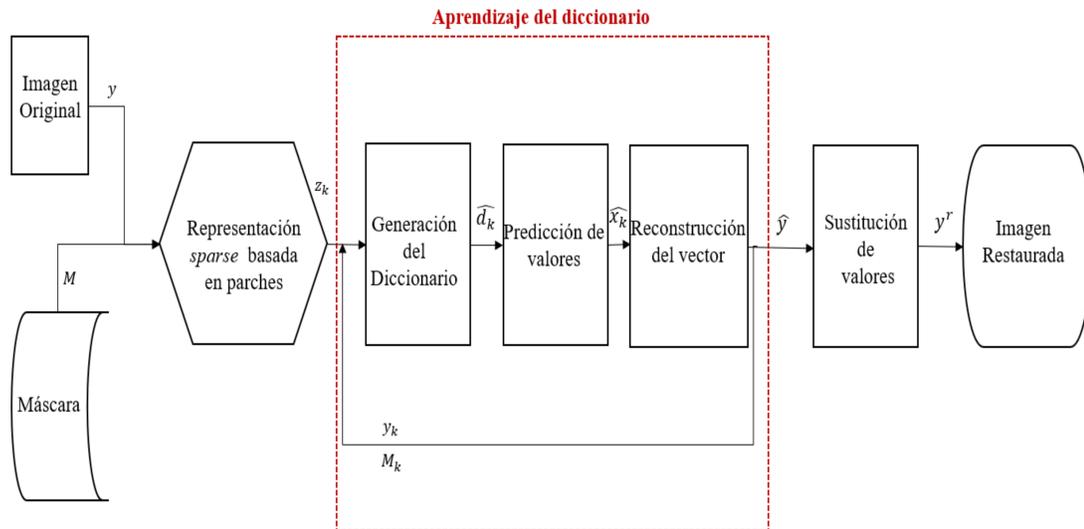


Figura 3.1: Método propuesto. Se tiene como entrada una imagen original y y una máscara M con la localización de los artefactos. La salida es la imagen restaurada y^r sin artefactos.

SVD) (Aharon y col., 2006). La metodología implementada para el aprendizaje del diccionario se presenta a continuación:

- Para iniciar el aprendizaje, generalmente se utiliza un diccionario conocido y redundante, que puede provenir de una transformada de bases ortogonales, por ejemplo, transformada discreta del coseno (DCT) (Kwok y Wang, 2009) o *wavelet*. El diccionario también puede iniciar con valores aleatorios, sin embargo, esta opción acarrea mayor costo computacional. Para la implementación que se propone en este trabajo se utiliza como iniciación el diccionario DCT.
- En la Figura 3.2 se presenta el proceso de acondicionamiento de la imagen original y que ingresará al algoritmo, en primera instancia se obtienen los parches y_k por el método de ventanas deslizantes, posteriormente con la información de los parches de la artefactos M_k , se procede a realizar una especie de diezmado donde al final se generará un nuevo vector de parches Z_k , cabe resaltar que las dimensiones de la imagen Z serán menores que la imagen original y , puesto que no tendrá información en las posiciones donde se localizaban los artefactos, y representará al mismo tiempo la base de datos que utilizará el diccionario para aprender.

- El proceso K-SVD para realizar el aprendizaje se desarrolla sobre las columnas del diccionario una a una, por otra parte, los coeficientes x_k se obtienen vía OMP, luego se actualiza el diccionario minimizando la matriz de error

$$E_k = \sum_k \|M_k \times (Dx_k - y_k)\|_2^2, \quad (3.2)$$

los átomos del diccionario, y los coeficientes *sparse* que representamos por \hat{d}_k, \hat{x}_k respectivamente, son la solución óptima de la expresión

$$(\hat{d}_k, \hat{x}_k) = \arg \min \| (R_i^j M_k) \times (E_k - d_k, x_k) \|_2^2, \quad (3.3)$$

en el que R_i^j es un operador que realiza la extracción de cada parche de la imagen, y M_k es la máscara local correspondiente al k -ésimo parche. La solución para este problema de optimización inicia con una base de átomos fija, encontrando los coeficientes *sparse* por medio de la siguiente ecuación:

$$\hat{x}_k(j) = [d_j^T M_k d_j]^{-1} d_j^T M_k y_k^j, \quad (3.4)$$

el siguiente paso es dejar fijos los coeficientes e ir actualizando los átomos del diccionario como se de la siguiente manera:

$$\hat{d}_j = \arg \min_{d_k, x_k} \| (R_i^j M_K) \times (E_k - d_k x_k) \|_2^2. \quad (3.5)$$

Este proceso se realiza iterativamente hasta que se cumpla un criterio de error o se encuentre una determinada cantidad de coeficientes \hat{x}_k diferentes de cero (T_0) que asegure una representación *sparse*.

3.2 Predicción de valores y restauración

Una vez que se obtienen los parches de los coeficientes *sparse* $\hat{x} = [\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_k]$ y los parches de los átomos del aprendizaje del diccionario $\hat{D} = [\hat{d}_1, \hat{d}_2, \dots, \hat{d}_k]$, es posible adquirir la mejor aproximación a la imagen original sin artefactos \hat{y} , la cual en una aplicación de la ecuación (2.28) antes presentada en la sección 2.5, de tal forma que

$$\hat{y} = \left(\sum R_k^T R_k \right)^{-1} \left(\sum R_k^T \hat{D} \hat{x}_k \right). \quad (3.6)$$

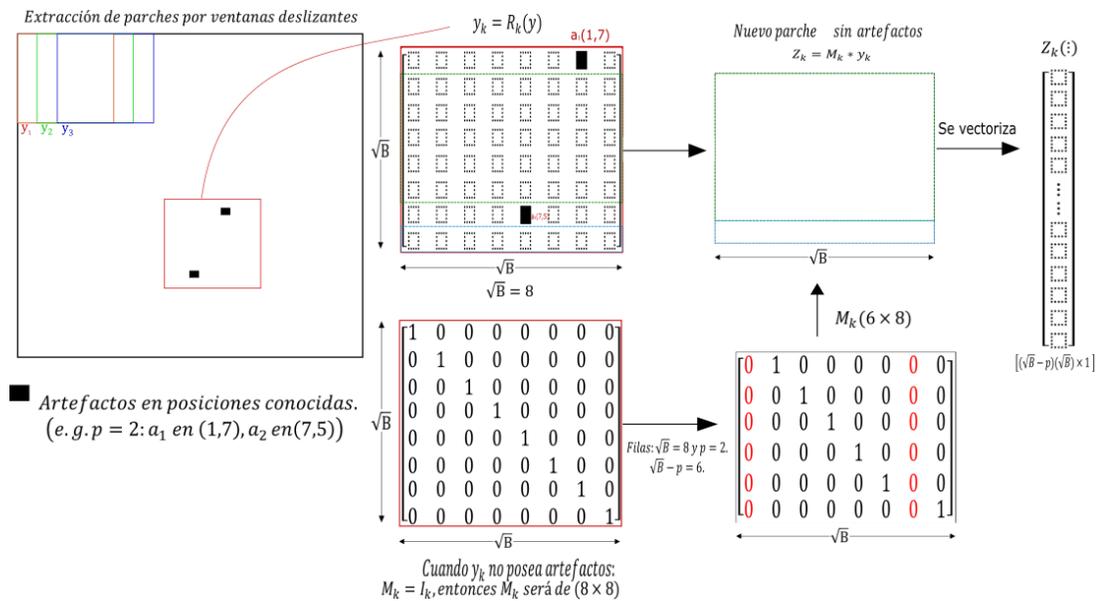
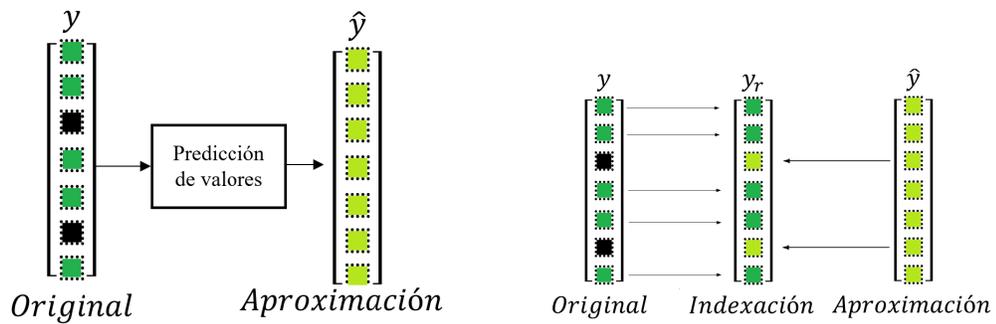


Figura 3.2: Acondicionamiento de la imagen de entrada, basado en representación *sparse* mediante parches

Teniendo en cuenta que los parches generalmente se superponen, la ecuación (3.6) describe un promedio como estrategia de reconstrucción. Posteriormente, se realiza una indexación que consiste en reemplazar los píxeles que faltan en y (imagen original), por los valores de \hat{y} en dichas posiciones obteniendo finalmente la imagen restaurada y^r . Para ejemplificar, obsérvese la Figura 3.3a, en ella se resume el proceso de *inpainting* donde se ingresa una imagen y y se obtienen una imagen muy aproximada \hat{y} , representada en imágenes de colores similares, de igual forma, en la Figura 3.3b se observa de manera didáctica como se genera finalmente la imagen restaurada y^r , haciendo énfasis en el hecho que los píxeles que no están afectados por los artefactos mantienen sus valores originales.

3.3 Segmentación vía *inpainting* SVI

En términos generales todas las metodologías diseñadas para realizar *inpainting* en imágenes pueden ser sintetizadas en un diagrama de bloques como se muestra en la Figura 3.4, donde se expone su procedimiento de la siguiente manera: en primera instancia requiere de dos informaciones principales para comenzar el proceso, una es la imagen y que se desea restaurar o reconstruir y la otra es la máscara M , la cual posee la información de las regiones en la imagen que se desean restaurar. Posteriormente



(a) Predicción de valores.

(b) Proceso de indexación para obtener la imagen restaurada y^r .

Figura 3.3: Proceso de *inpainting* en imágenes.

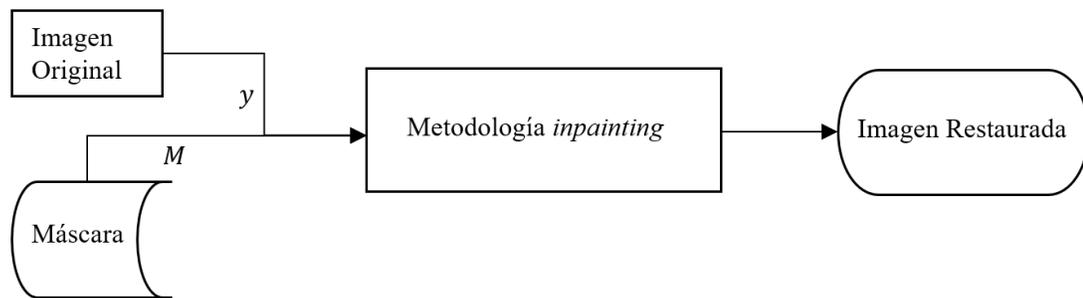


Figura 3.4: Proceso de *inpainting* convencional.

se aplica un método de *inpainting* seleccionado, obteniendo finalmente la imagen restaurada.

Actualmente, las mejoras y avances de las técnicas para el proceso de *inpainting* están enfocadas en diversas formas de rellenar la región objetivo. Como tal dan por sentado que la información de la segmentación en estas regiones es correcta utilizando entonces una máscara fija en todo el proceso. Sin embargo, el éxito en la restauración de las imágenes dependerá en gran medida de la precisión con la cual se construye esta máscara, ya que si la máscara es muy grande terminará eliminando información no contaminada. En otras palabras, se estaría perdiendo información correcta de la imagen. En el caso contrario, si la máscara es muy pequeña no se podrá eliminar la totalidad del objetivo y este permanecerá en la imagen restaurada. En este sentido, durante el desarrollo de esta investigación se planteó la necesidad de estudiar una opción que implicara mejorar la segmentación de los artefactos en las imágenes de fondo de ojo. Por lo tanto, se desarrolló una nueva metodología con resultados satisfactorios.

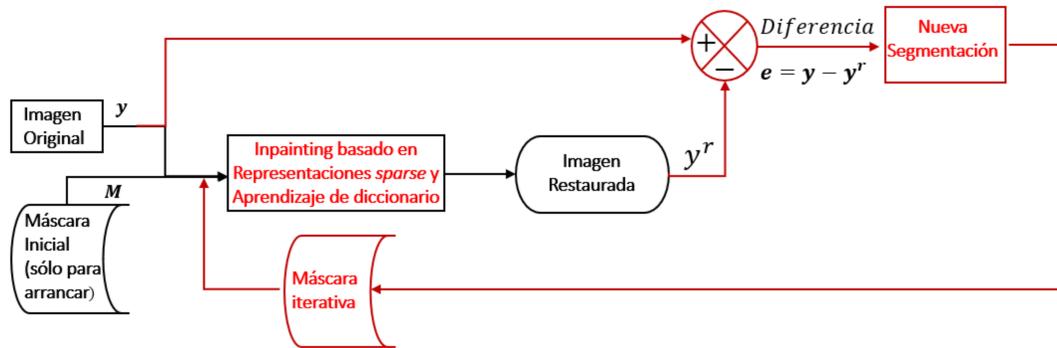


Figura 3.5: Método propuesto de segmentación vía *inpainting* SVI.

En la Figura 3.5 se presenta el método propuesto para la segmentación vía *inpainting*, donde se resalta nuestro aporte realizado respecto a la metodología convencional. Con el objetivo que sea entendido a simple vista, el diseño del esquema se asemeja a un lazo de control realimentado, entonces, analógicamente la señal de error e se obtiene de la diferencia entre la señal de entrada que es la imagen original y y la salida que corresponde a la imagen restaurada y^r , es necesario aclarar que la máscara inicial (M en color negro) solo entrará al algoritmo en la primera ejecución, posteriormente, será reemplazada por la nueva máscara que hemos denominado iterativa o dinámica.

Continuando con las analogías, se puede afirmar que así como los sistemas de control realizan sus acciones sobre la señal del error, de igual forma el principio en el que se basa esta metodología de segmentación es analizar las zonas específicas donde los resultados de dichas diferencias entre imágenes sean diferentes de cero, esta información permite encontrar la región objetivo a restaurar, en el caso de las imágenes de retinografía representarán los artefactos que se quieren remover. Posteriormente a la identificación de los artefactos, es necesario realizar una nueva segmentación, para ello es posible utilizar técnicas de umbralización (*Thresholding*) local, que finalmente conlleva a una nueva máscara más cercana a la realidad la cual puede ir mejorando automáticamente buscando una mejor representación del objetivo a restaurar. Los resultados de aplicar este método se presentaran en el siguiente capítulo.

Resultados y Discusión

En este capítulo se presentan los resultados del método propuesto utilizando varias imágenes de prueba, todas de tamaño 512 x 512, el algoritmo y sus pruebas se desarrolló en MATLAB. Como medida cuantitativa de la calidad de la restauración se utilizó la relación señal al ruido de pico PSNR, así como el error cuadrático medio MSE, es necesario aclarar que estos resultados cuantitativos sólo son utilizables para imágenes que se tengan de referencia cómo es el caso de imágenes sintéticas, donde se desee corroborar el funcionamiento del algoritmo (Imagen restaurada) ante algún tipo de información superpuesta o ruido. En cuanto a imágenes de retinografía, la valoración de la restauración es de tipo cualitativo, pero así mismo es posible y relativamente fácil discernir visualmente los tipos de resultados.

Por lo anterior, a continuación se mostrarán los resultados de esta investigación en el siguiente orden: primero se presenta el análisis del algoritmo en imágenes sintéticas, luego se muestran los resultados de remoción de artefactos en imágenes en escala de grises, posteriormente, se aplica la metodología en imágenes a color en modo RGB, finalmente se exponen los resultados con la nueva técnica de segmentación propuesta.

4.1 Imágenes sintéticas.

Con la ayuda de imágenes sintéticas que contienen distintas estructuras y texturas emulando las imágenes de fondo de ojo, se probó el algoritmo de restauración a través del método aprendizaje de diccionario. En la Figura 4.1a y Figura 4.1d presentan las imágenes de entrada al algoritmo, estas corresponden a las llamadas imágenes originales y descritas en la metodología, en la Figura 4.1b y Figura 4.1e se presentan imágenes donde se introdujeron artefactos con el propósito de revisar el resultado de su restauración, en ese sentido la Figura 4.1c y Figura 4.1f muestran los resultados obtenidos luego de realizar la restauración mediante la técnica propuesta (y^r), consecuentemente se puede apreciar la funcionalidad del programa de restauración, sobre todo analizando los valores PSNR los cuales superan el 60% en ambas imágenes, de igual forma se

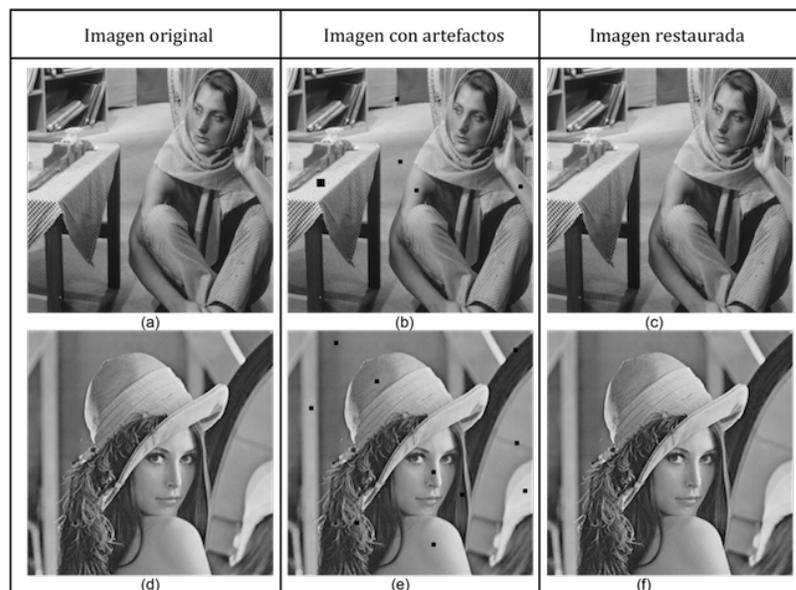


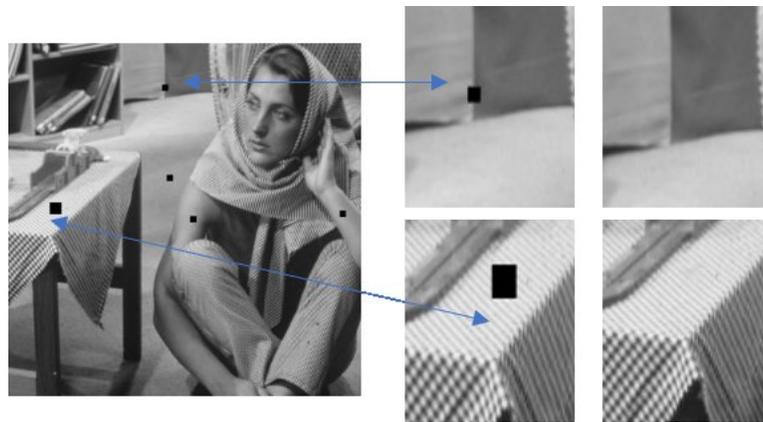
Figura 4.1: (a) Imagen 1 original, (b) simulación de artefactos, (c) restauración basado en Aprendizaje de Diccionarios con resultado de PSNR= 62.4790 dB, RMSE = 0.1917. (d) Imagen 2 original, (e) simulación de artefactos, (f) restauración basado en Aprendizaje de Diccionarios con resultado de PSNR= 62.1760 dB, RMSE = 0.1985.

pueden evidenciar los bajos valores de RMSE (menores 0.19) confirmando de manera cuantitativa resultados exitosos.

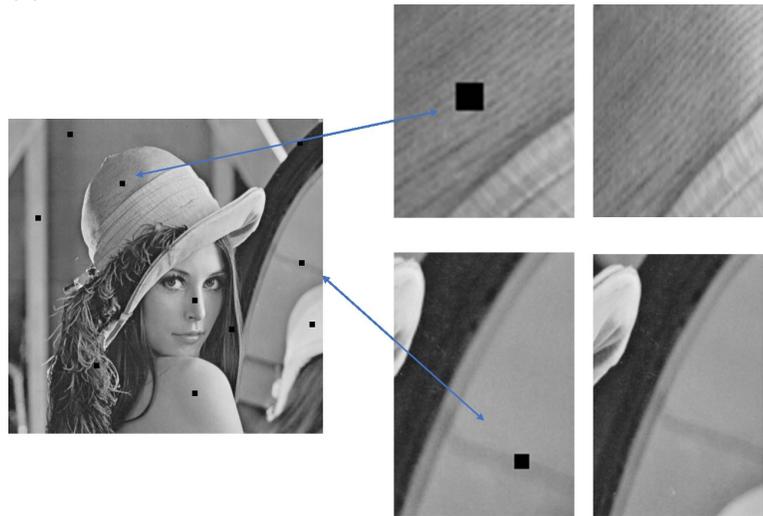
Las Figura 4.2a y Figura 4.2b presentan un acercamiento y señalización de artefactos en zonas consideradas de interés para el presente trabajo, donde la ultima columna a la derecha son los resultados de la restauración, cabe plasmar el motivo de analizar un poco estas imágenes, ya que presentan similitud al momento de compararlas con artefactos que aparecen en medio de vasos retinianos que es uno de nuestros objetivos a estudiar.

4.2 Imágenes de fondo de ojo en escala de grises.

Para el análisis en imágenes reales de fondo de ojo en escala de grises, se seleccionó el canal verde debido a que convencionalmente es usado en la literatura para la segmentación de lesiones, ya que proporciona el mejor contraste. Esto es debido principalmente a la absorción espectral de la sangre en esta banda, que hace que los vasos sanguíneos sean oscuros y bien contrastados (Trucco y col., 2013). En la Figura 4.3 se presenta el tratamiento en imágenes en escala de grises. Es necesario enfatizar que se debe contar



(a) Restauración en zonas de texturas.



(b) Remoción exitosa de artefacto simulando vaso sanguíneo.

Figura 4.2: Revisión de desempeño de restauración en Zonas que contienen textura.

con la segmentación previa de los artefactos, bien sea de manera manual o automática, a manera de ilustración se presenta la Figura 4.3(a) y (c), en la cual se muestran dos imágenes distintas de fondo de ojo, sin embargo, aparecen puntos negros exactamente en las mismas posiciones en ambas imágenes, lo que permite inferir con certeza que son artefactos. A partir de esta información se procede a la restauración como se muestra la Figura 4.3(b) y (d).

Es importante examinar el diccionario resultante del proceso de *inpainting*. En la Figura 4.4 se presentan el diccionario obtenido y el diccionario inicial DCT. Comparando ambos diccionarios, se puede probar que el diccionario resultante tiene la mayor información relevante a frecuencias bajas y medias. Por otra parte, a frecuencias altas es

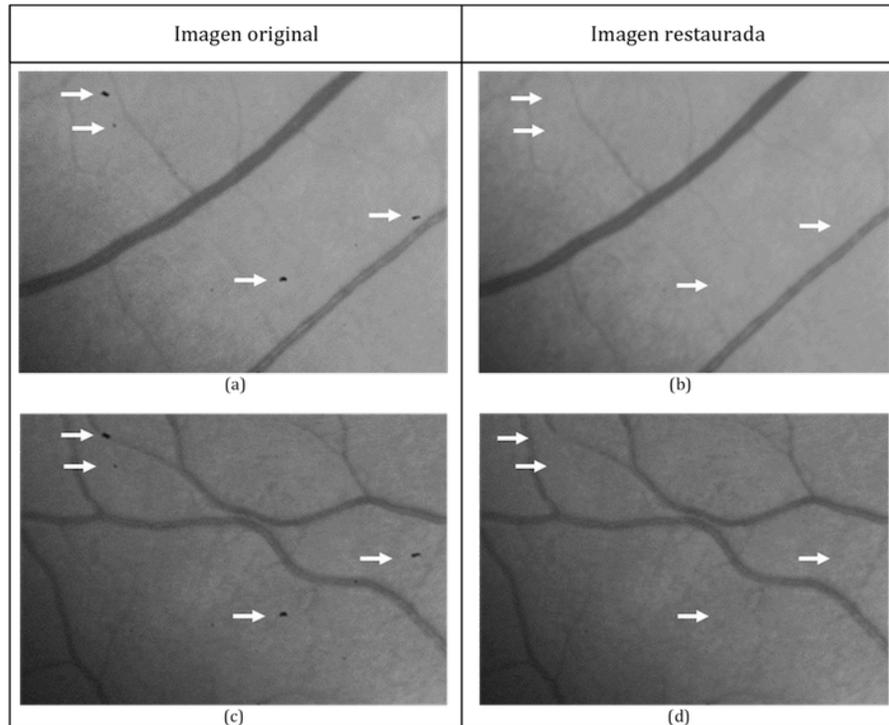
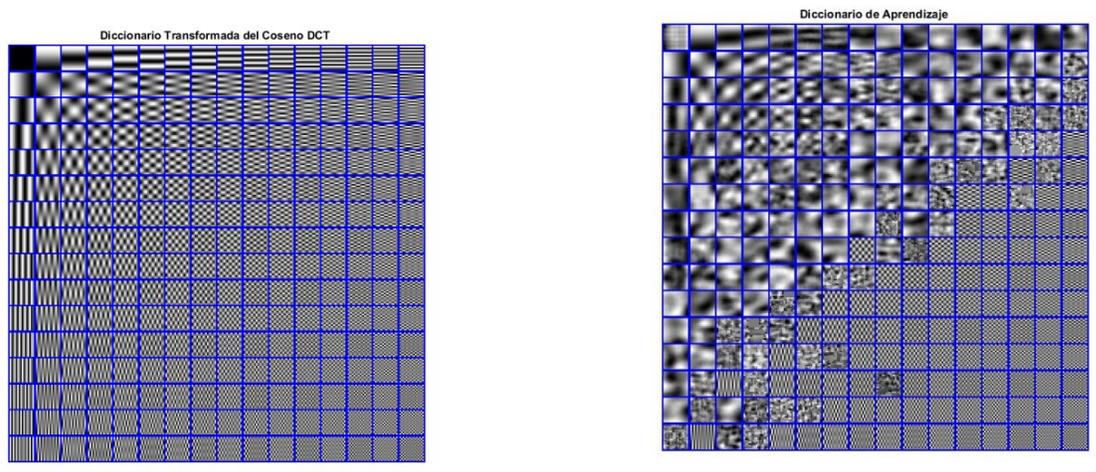


Figura 4.3: (a) Canal G de la Imagen 1 (b) Restauración del canal G imagen 1. (c) Canal G de la Imagen 2 (d) Restauración del canal G imagen 2.

relativamente parecido al DCT, lo que significa que el diccionario no está aprendiendo ruido de la señal. Esto se traduce en la no introducción de nuevos artefactos en la restauración de la imagen.



(a)

(b)

Figura 4.4: (a) Diccionario DCT. (b) Diccionario de Aprendizaje.

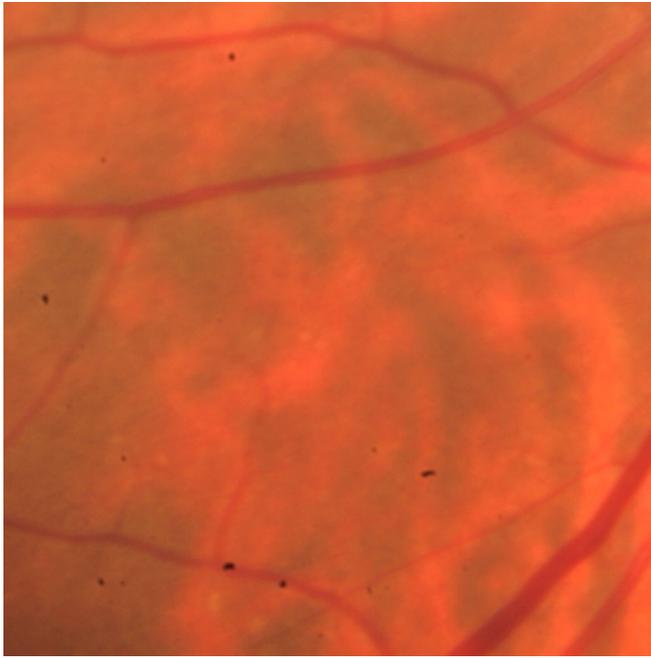
4.3 Imágenes RGB.

Al momento de abordar imágenes reales de fondo de ojo a color se deben tener presente distintos tipos de consideraciones extras en comparación a imágenes en escala de grises, en la literatura existen diversos estudios actuales que van desde los enfoques en el tratamientos y métodos para la normalización de la luminosidad y el contraste en imágenes retinianas (Foracchia y col., 2005), así como método para mejorar las imágenes de color digital que toma las condiciones de visión y los modelos de visión humana (Millán y Valencia, 2006) entre otros.

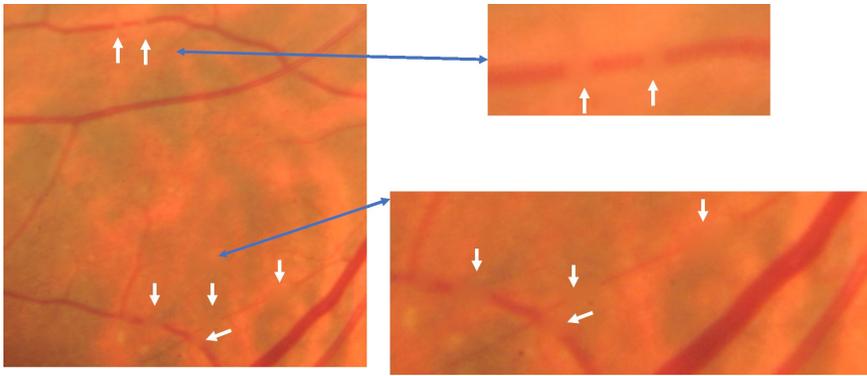
El presente trabajo abordó al inicio de su investigación un análisis paralelo de imágenes en modos YCbCr y RGB; sin embargo en modo YCbCr no se obtuvieron resultados cualitativos deseados, por tal motivo actualmente esta enfocado en imágenes de fondos de ojo en modo RGB. Respecto al análisis de imágenes RGB utilizando las técnicas de aprendizaje de diccionario se seleccionó cómo ruta utilizar un diccionario por canal, en vez de utilizar en un solo diccionario la representación de los tres canales.

Ahora bien, en cuanto a la restauración de las imágenes reales de color en modo RGB, se procedió a evaluar la remoción de artefactos dentro y fuera de los vasos retinianos. De igual manera se compararon estos resultados con el método tradicional de *inpainting* por difusión. En la Figura 4.5b se muestra la gran desventaja de utilizar *inpainting* por difusión en imágenes de fondo de ojo. Nótese que algunos artefactos se encuentran ubicados sobre vasos sanguíneos y al restaurar conducen a una imagen dónde se entrecortan los vasos (Figura 4.5b). En cambio, mediante la técnica propuesta se consigue eliminar el artefacto y el vaso sanguíneo permanece continuo(Figura 4.5cc). Tampoco, se introducen nuevos artefactos.

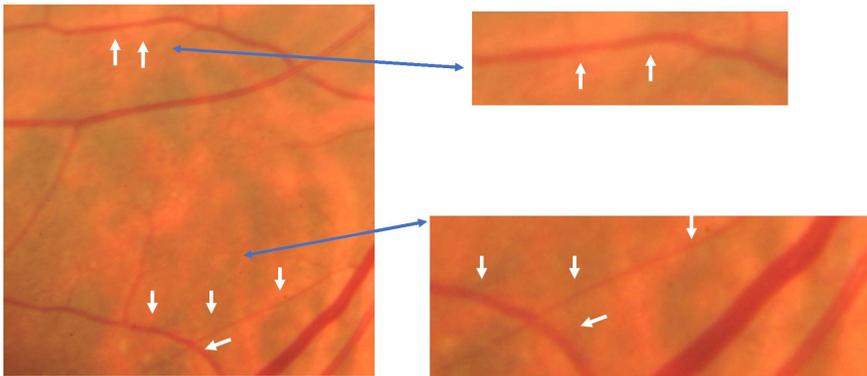
En la Figura 4.6, se presentan otros resultados de restauraciones en distintas imágenes de fondo de ojo reales. También se anexan resultados sobre la diferencia entre la imagen original y la restaurada (Figura 4.6a3, b3, c3). Se evidencia que los valores de la imagen fuera de las posiciones de los artefactos no fueron alterados (Color azul es una diferencia igual a cero). De igual manera, es posible apreciar que los máximos valores de esta diferencia se encuentran concentrados en los centroides de los artefactos.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.5: (a) Imagen original, (b) Método inpainting convencional por difusión, (c) *Inpaining* basado en Aprendizaje de Diccionarios.

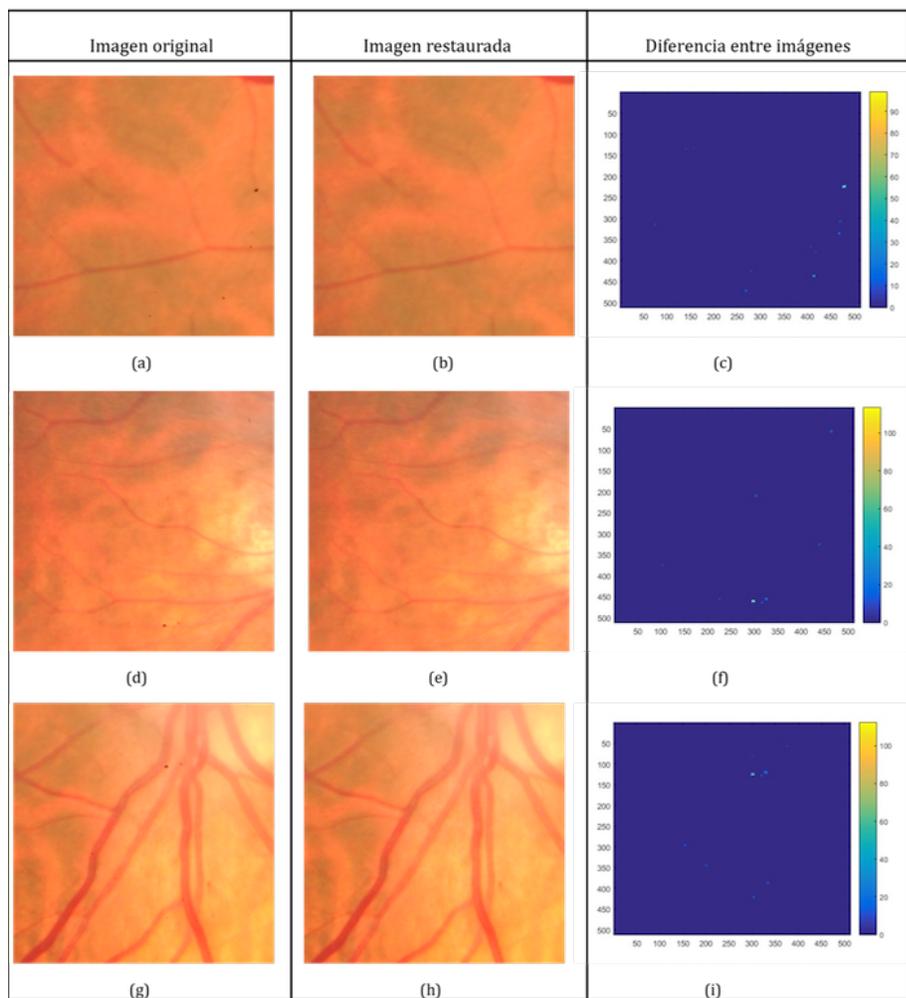


Figura 4.6: (a) Imagen original 1. (b) Restauración de la imagen 1. (c) Diferencia entre imagen original 1 y su restauración. (d) Imagen original 2 (e) Restauración de la imagen 2. (f) diferencia entre imagen original 2 y su restauración. (g) Imagen original 3. (h) Restauración de la imagen 3. (i) diferencia entre imagen original 3 y su restauración.

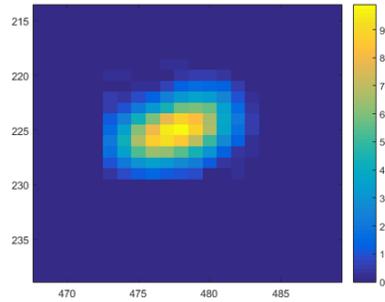


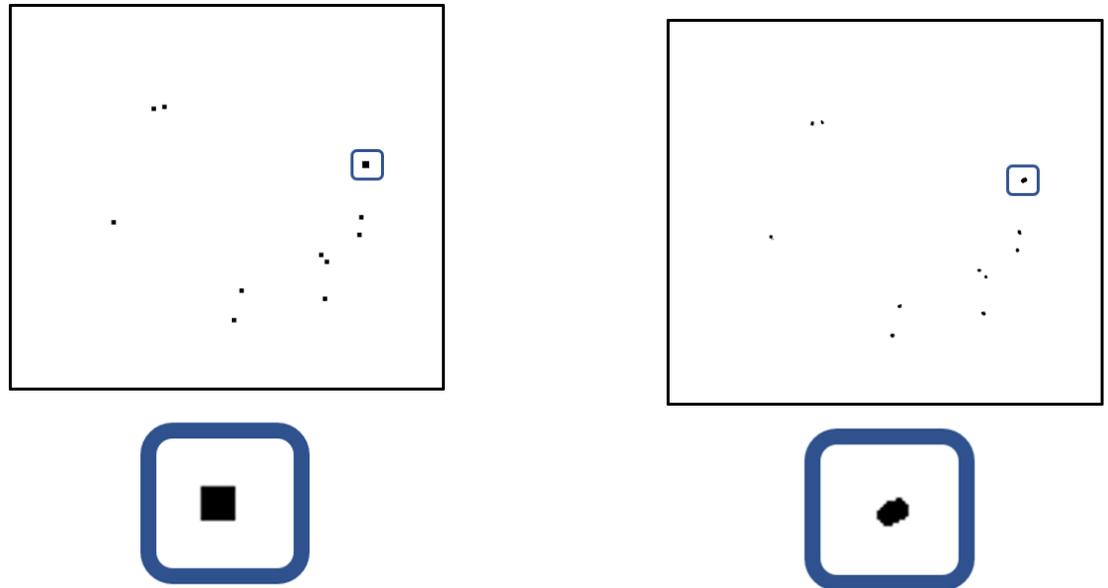
Figura 4.7: Artefacto detectado mediante proceso iterativo de SVI.

4.4 Resultados de la segmentación vía *inpainting*

Como se mencionó en la Sección 3.3, la segmentación vía *inpainting* se basa en analizar minuciosamente la señal generada luego de realizar la diferencia entre la imagen original y la imagen restaurada. Por esta razón, a continuación se describen los resultados obtenidos exponiendo detalladamente la aplicación de la SVI.

Observando los resultados de la Figura 4.6, es conveniente poner énfasis en la columna de la derecha, la cual presenta la diferencia entre las imágenes. Si se realiza un acercamiento a un objeto cualquiera de esta imagen, tal es el caso de la Figura 4.7, la cual se puede identificar claramente la ubicación del artefacto (centroide color amarillo). Del mismo modo, se puede apreciar que los valores circundantes van decreciendo en intensidad. Esto permite suponer que mediante de una umbralización es posible extraer una mejor representación del artefacto en comparación con el proporcionado por la máscara inicial.

La Figura 4.8(a) muestra una máscara utilizada tradicionalmente al inicio del algoritmo de restauración. En esta máscara es posible apreciar que los artefactos se han supuesto como cuadros más grandes en comparación al tamaño del artefacto. Del mismo modo en la literatura es posible encontrar que dependiendo del caso de aplicación se suelen suponer figuras como elipses, círculos, o combinaciones de estas. No obstante, este principio de aproximación no es del todo correcto, ya que los artefactos no poseen formas geométricas definidas. Nuevamente aprovechando la analogía en términos de teoría de control automático, se puede afirmar que los artefactos se comportan como perturbaciones en el sistema. Por lo tanto no es posible prever de esta manera la forma de cada uno de los artefactos.

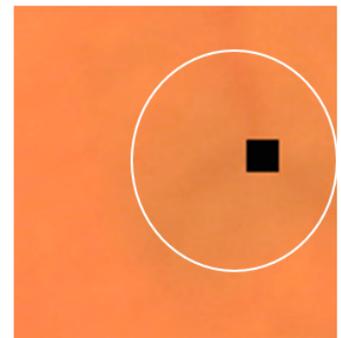
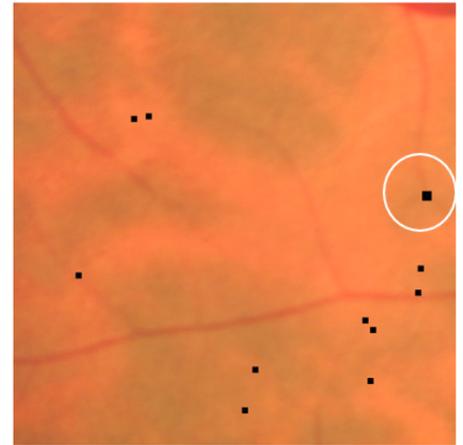
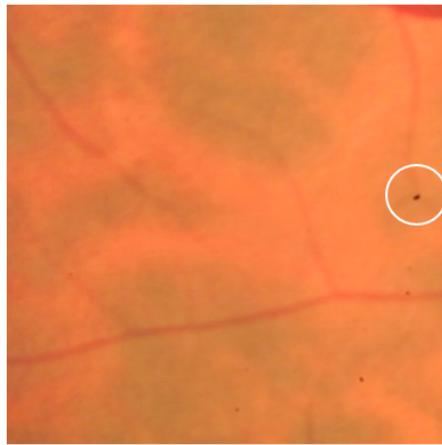


(a) Máscara convencional de artefactos con figura geométrica definida. (b) Máscara dinámica con segmentación local de artefactos.

Figura 4.8: Diferencias entre máscaras convencionales y segmentación iterativa propuesta.

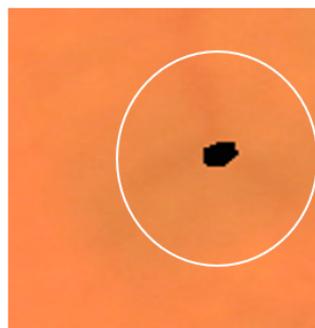
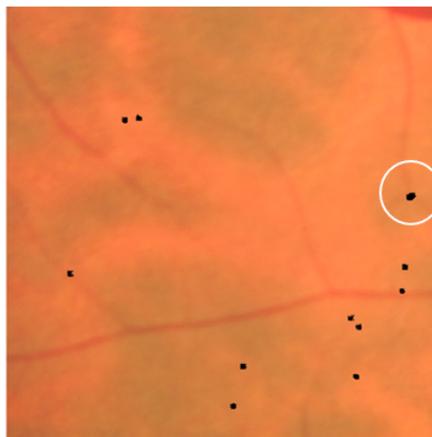
SVI se presenta como una solución atractiva a este problema de segmentación de artefactos, mejorando la información de la máscara inicial. Debido a que el análisis de los artefactos se realiza de forma discriminativa, es decir, se adapta a cualquier tipo de artefacto realizando un análisis local. Este análisis consiste ubicar cada centroide de los artefactos y dependiendo de los valores de las regiones circundantes a este, se utiliza un criterio particular de umbralización como se observa en la Figura 4.8(b).

Con el objetivo de continuar demostrando los resultados plausibles de la segmentación vía *inpainting* se presenta la Figura 4.9. En esta es posible apreciar un artefacto real (Figura 4.9a), una representación tradicional (Figura 4.9b) y una detección del mismo artefacto a partir del método propuesto SVI (Figura 4.9). En resumen, se puede observar que si bien es cierto que el artefacto segmentado por el método propuesto no es del todo igual al real, si es evidente que constituye una mejor representación de este en comparación a los métodos generalmente utilizados. Sin embargo, para una correcta remoción es importante que la máscara supere un poco la región del artefacto para no tener problemas en las zona de transición.



(a) Presencia de Artefacto en Imagen Original.

(b) Artefacto detectado convencionalmente.



(c) Artefacto segmentado mediante método propuesto.

Figura 4.9: segmentación de artefactos en retinografía.

Conclusiones

En este trabajo buscamos mejorar la calidad de las imágenes retinianas eliminando artefactos que han sido detectados, teniendo en cuenta no afectar otras características de la imagen que pueden ser importantes para el diagnóstico del paciente. La implementación de la técnica *inpainting* basado en aprendizaje de diccionario y representaciones *sparse* ha permitido obtener resultados satisfactorios expuestos en las siguientes conclusiones:

1. Hemos propuesto una metodología para la remoción digital de artefactos en imágenes de fondo de ojo utilizando aprendizaje de diccionarios y representaciones *sparse*.
2. El aprender la mejor representación a partir de la misma imagen nos permite restaurar la imagen de una manera efectiva evidenciado en los experimentos sobre imágenes reales.
3. Se pudo constatar que la información relevante del diccionario de aprendizaje se encuentra en frecuencias bajas y medias, mientras que a frecuencias altas se mantiene relativamente igual al diccionario de inicialización. Esto garantiza que el diccionario no aprende ruido.
4. En la comparación con la remoción mediante una técnica de *inpainting* por difusión obtuvimos resultados superiores en cuanto a la no introducción de nuevos artefactos y a la continuidad de las estructuras retinianas, en particular los vasos sanguíneos (Figura 4.5c).
5. Aunque los métodos tradicionales de detección ya sea manuales o automáticos logran proporcionar información correcta de la ubicación del centroide de los artefactos, poseen inconvenientes al momento de representar la región objetivo a restaurar, debido a que las características de los artefactos comúnmente hallados en imágenes de fondo de ojo no poseen formas geométricas definidas.

6. Hemos propuesto la segmentación vía *inpainting* SVI como una metodología innovadora para la caracterización de los artefactos en las imágenes de fondo de ojo, la cual es basada principalmente en analizar los artefactos de manera local, los resultados permiten concluir que esta metodología constituye una mejor representación en comparación a los métodos generalmente utilizados para segmentar. Esto repercute en mejores resultados en el momento de la restauración de las imágenes.

Bibliografía

- Abràmoff, Michael D, Mona K Garvin y Milan Sonka (2010). „Retinal imaging and image analysis“. En: *IEEE reviews in biomedical engineering* 3, págs. 169-208 (vid. págs. 2, 5).
- Aharon, Michal, Michael Elad y Alfred Bruckstein (2006). „*rmk*-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation“. En: *IEEE Transactions on signal processing* 54.11, págs. 4311-4322 (vid. págs. 6, 20, 23).
- Amano, Toshiyuki y Yukio Sato (2007). „Image interpolation using BPLP method on the eigenspace“. En: *Systems and Computers in Japan* 38.1, págs. 87-96 (vid. págs. 6).
- Barrios, Erik, Andres G Marrugo y Maria S Millan (2017). „Remoción de artefactos en imágenes de retinografía mediante técnicas de aprendizaje de diccionarios“. En: *XV Encuentro Nacional de Óptica y VI Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus aplicaciones*. Red Sociedad Colombiana de Óptica. Bucaramanga (vid. págs. 8).
- Colomer, A., V. Naranjo, K. Engan y K. Skretting (2017). „Assessment of sparse-based inpainting for retinal vessel removal“. En: *Signal Processing: Image Communication*, págs. - (vid. págs. 7).
- Doi, Kunio (2007). „Computer-aided diagnosis in medical imaging: historical review, current status and future potential“. En: *Computerized medical imaging and graphics* 31.4, págs. 198-211 (vid. págs. 6).
- Efron, Bradley, Trevor Hastie, Iain Johnstone, Robert Tibshirani y col. (2004). „Least angle regression“. En: *The Annals of statistics* 32.2, págs. 407-499 (vid. págs. 16).
- Elad, Michael (2010). „From exact to approximate solutions“. En: *Sparse and Redundant Representations*. Springer, págs. 79-109 (vid. págs. 3, 14).
- Elad, Michael y Michal Aharon (2006). „Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries“. En: *IEEE Transactions on Image processing* 15.12, págs. 3736-3745 (vid. págs. 6, 20).
- Elad, Michael, J-L Starck, Philippe Querre y David L Donoho (2005). „Simultaneous cartoon and texture image inpainting using morphological component analysis (MCA)“. En: *Applied and Computational Harmonic Analysis* 19.3, págs. 340-358 (vid. págs. 6, 20).
- Engan, Kjersti, Karl Skretting y John Håkon Husøy (2007). „Family of iterative LS-based dictionary learning algorithms, ILS-DLA, for sparse signal representation“. En: *Digital Signal Processing* 17.1, págs. 32-49 (vid. págs. 16, 19).

- Foracchia, Marco, Enrico Grisan y Alfredo Ruggeri (2005). „Luminosity and contrast normalization in retinal images“. En: *Medical Image Analysis* 9.3, págs. 179-190 (vid. pág. 33).
- Guillemot, Christine y Olivier Le Meur (2014). „Image inpainting: Overview and recent advances“. En: *IEEE signal processing magazine* 31.1, págs. 127-144 (vid. pág. 2).
- Heijl, Anders, M Cristina Leske, Bo Bengtsson y col. (2002). „Reduction of intraocular pressure and glaucoma progression: results from the Early Manifest Glaucoma Trial“. En: *Archives of Ophthalmology* 120.10, pág. 1268 (vid. pág. 5).
- Hubbard, Larry D, Rosemary J Brothers, William N King y col. (1999). „Methods for evaluation of retinal microvascular abnormalities associated with hypertension/sclerosis in the Atherosclerosis Risk in Communities Study“. En: *Ophthalmology* 106.12, págs. 2269-2280 (vid. pág. 5).
- Kwok, Tsz-Ho y Charlie CL Wang (2009). „Interactive image inpainting using DCT based exemplar matching“. En: *International Symposium on Visual Computing*. Springer, págs. 709-718 (vid. pág. 23).
- Manat, S y Z Zhang (1993). „Matching pursuit in a time-frequency dictionary“. En: *IEEE Trans Signal Processing* 12, págs. 3397-3451 (vid. pág. 15).
- Marrugo, Andrés G (2013). „Comprehensive Retinal Image Analysis: Image Processing and Feature Extraction Techniques Oriented to the Clinical Task.“ Tesis doct. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya (vid. pág. 13).
- Millán, María S y Edison Valencia (2006). „Color image sharpening inspired by human vision models“. En: *Applied Optics* 45.29, págs. 7684-7697 (vid. pág. 33).
- Mora, Andre D, Joao Soares y José M Fonseca (2013). „A template matching technique for artifacts detection in retinal images“. En: *Image and Signal Processing and Analysis (ISPA), 2013 8th International Symposium on*. IEEE, págs. 717-722 (vid. pág. 7).
- Mora, Andre Damas y Jose Manuel Fonseca (2014). „Methodology for image artifacts detection in retinal images with application in Ophthalmology Screening/Metodologia para a detecao de artefactos luminosos em imagens de retinografia com aplicacao em rastreio oftalmologico“. En: *RISTI (Revista Iberica de Sistemas e Tecnologias de Informacao)* 13, págs. 51-64 (vid. pág. 7).
- Ogawa, Takahiro y Miki Haseyama (2013). „Image inpainting based on sparse representations with a perceptual metric“. En: *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2013.1, pág. 179 (vid. pág. 7).
- Organization, World Health y col. (2010). „Action plan for the prevention of avoidable blindness and visual impairment, 2009-2013“. En: (vid. pág. 4).
- Rubinstein, Ron, Michael Zibulevsky y Michael Elad (2009). *Learning sparse dictionaries for sparse signal approximation*. Inf. téc. Computer Science Department, Technion (vid. pág. 18).
- Rubinstein, Ron, Tomer Peleg y Michael Elad (2013). „Analysis K-SVD: A dictionary-learning algorithm for the analysis sparse model“. En: *IEEE Transactions on Signal Processing* 61.3, págs. 661-677 (vid. págs. 4, 19, 20).

- Shen, Bin, Wei Hu, Yimin Zhang y Yu-Jin Zhang (2009). „Image inpainting via sparse representation“. En: *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009. IEEE International Conference on*. IEEE, págs. 697-700 (vid. págs. 6, 20).
- Sierra, E, Andrés G Marrugo y María S Millan (2017). „Dust Particle Artifact Detection and Removal in Retinal Images“. En: *Opt. Pura Apl.* 50.4, págs. 379-387 (vid. pág. 7).
- Sierra, Enrique (2016). „Detección y Corrección de Artefactos en Imágenes de Fondo de Ojo“. Undergraduate Thesis. Cartagena: Universidad Tecnológica de Bolívar (vid. pág. 2).
- Staglianò, Alessandra, Gabriele Chiusano, Curzio Basso y Matteo Santoro (2010). „Learning adaptive and sparse representations of medical images“. En: *International MICCAI Workshop on Medical Computer Vision*. Springer, págs. 130-140 (vid. pág. 19).
- Tibshirani, Robert (1996). „Regression shrinkage and selection via the lasso“. En: *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, págs. 267-288 (vid. pág. 15).
- Toic, I y P Frossard (2011). „Dictionary learning: what is the right representation for my signal“. En: *IEEE Signal Processing Magazine* 28.2, págs. 27-38 (vid. pág. 3).
- Trucco, Emanuele, Alfredo Ruggeri, Thomas Karnowski y col. (2013). „Validating retinal fundus image analysis algorithms: issues and a proposal“. En: *Investigative ophthalmology & visual science* 54.5, págs. 3546-3559 (vid. pág. 29).
- Williams, R, M Airey, H Baxter y col. (2004). „Epidemiology of diabetic retinopathy and macular oedema: a systematic review“. En: *Eye* 18.10, págs. 963-983 (vid. pág. 5).
- Willson, Reg G, Mark W Maimone, Andrew E Johnson y Larry M Scherr (2005). „An optical model for image artifacts produced by dust particles on lenses“. En: (vid. pág. 6).
- Xu, Zongben y Jian Sun (2010). „Image inpainting by patch propagation using patch sparsity“. En: *IEEE transactions on image processing* 19.5, págs. 1153-1165 (vid. pág. 6).
- Yang, Jianchao, John Wright, Thomas S Huang y Yi Ma (2010). „Image super-resolution via sparse representation“. En: *IEEE transactions on image processing* 19.11, págs. 2861-2873 (vid. pág. 20).
- Zhang, Jian, Debin Zhao y Wen Gao (2014). „Group-based sparse representation for image restoration“. En: *IEEE Transactions on Image Processing* 23.8, págs. 3336-3351 (vid. pág. 21).
- Zhou, Changyin y Stephen Lin (2007). „Removal of image artifacts due to sensor dust“. En: *Computer Vision and Pattern Recognition, 2007. CVPR'07. IEEE Conference on*. IEEE, págs. 1-8 (vid. págs. 2, 6, 22).

Declaración

Yo, Erik Miguel Barrios Montes, con documento de identificación 1098614932 y estudiante del programa Maestría en Ingeniería con Énfasis en Eléctrica y Electrónica de la facultad de ingeniería de la Universidad Tecnológica de Bolívar, en relación con el Trabajo Fin de Grado presentado para su defensa y evaluación, declara que asume la originalidad de dicho trabajo, entendida en el sentido de que no ha utilizado fuentes sin citarlas debidamente.

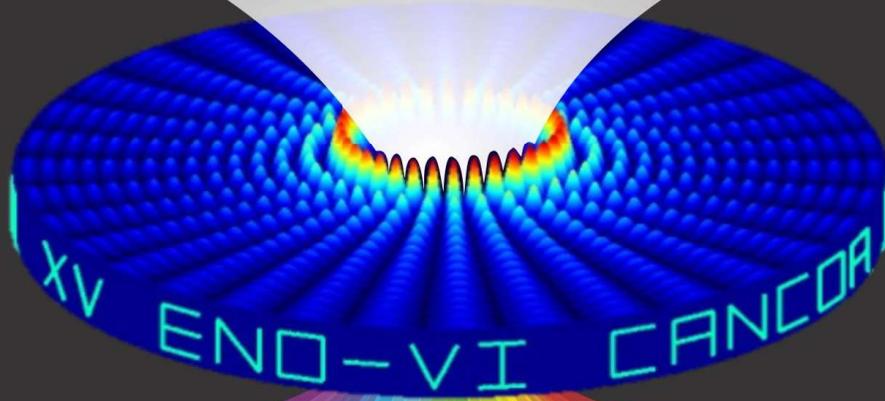
Cartagena, Bolivar, 2018

Erik Miguel Barrios Montes

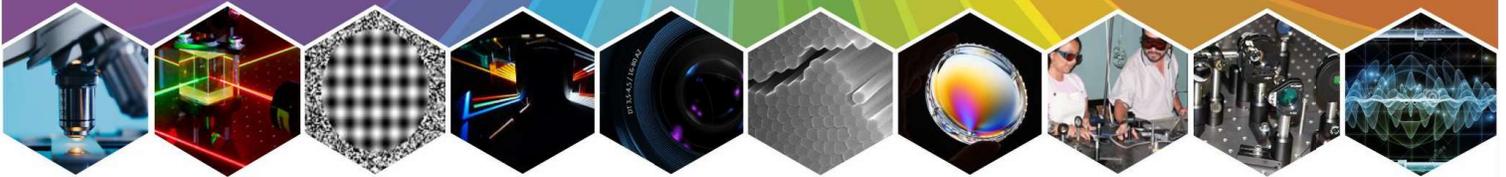
Anexos

6

XV Encuentro Nacional de Óptica y VI Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones



*Identificando actores y compartiendo
experiencias, construimos futuro*



Libro de resúmenes

Organizan



Escuela
de Física

Facultad
de Ciencias



Universidad
Industrial de
Santander

"VIGILADO MINEDUCACIÓN"

Patrocinan



Vicerrectoría
de Investigación
y Extensión



Universidad
Industrial de
Santander

"VIGILADO MINEDUCACIÓN"

Bucaramanga, Colombia 20 -26 noviembre

ópticamente haciendo uso de un modulador espacial de luz (Spatial Light Modulator, SLM) sólo de fase. Para el segundo paso, el JPS es captado en el plano de salida del esquema de cifrado, cuando las dos distribuciones de datos son simultáneamente presentadas en el plano de entrada del JTC, y la transformada de Fourier óptica es aplicada. Finalmente, los espectros de potencia correspondientes a las dos distribuciones de datos del plano de entrada son restados digitalmente del JPS y luego, este último resultado es dividido por el espectro de potencia de la RPM-II; como resultado, se obtiene la imagen cifrada no lineal. El sistema de descifrado se implementa usando simulaciones computacionales. Con el fin de demostrar el sistema de seguridad que se propone en este artículo, se presentan resultados experimentales y de simulación computacional.

Palabras claves: Sistemas Cifrador y Descifrador; Correlador de Transformada Conjunta; Optoelectrónica.

ID: 48_POD_2

APLICACIÓN DE LA TRASLACIÓN Y CORRELACIÓN FRACCIONARIA AL CIFRADO DE IMAGEN

J. M. Vilarity¹, C. O. Torres², R. Perez²

1 Grupo de investigación de Óptica e Informática, Departamento de Ingeniería Electrónica, Universidad Popular del Cesar, Valledupar, Colombia

2 Grupo de investigación GIFES, Facultad de Ingenierías, Universidad de La Guajira, Riohacha, Colombia

e-mail: vilarity.juan@unicesar.edu.co

Se presenta un método para el cifrado de imagen mediante el uso de la traslación fraccional, la correlación fraccional, la transformada de Fourier fraccional, máscaras de fase aleatorias y operaciones de truncamiento. Los métodos de cifrado y descifrado propuestos en este trabajo emplean las siguientes operaciones no lineales: codificación en fase y las operaciones de truncamiento de amplitud y fase, con el fin de incrementar la seguridad de la imagen cifrada. Los métodos de cifrado y descifrado propuestos tienen cinco llaves de seguridad y los valores correctos de dichas llaves de seguridad son muy importantes al momento de obtener la imagen descifrada correcta en la salida del método de descifrado.

Palabras claves: Cifrado de imagen; transformada de Fourier fraccional; traslación fraccional; correlación fraccional.

ID: 75_POD_1

REMOCIÓN DE ARTEFACTOS EN IMÁGENES DE RETINOGRAFÍA MEDIANTE TÉCNICAS DE APRENDIZAJE DE DICCIONARIOS

E. Barrios¹, A. Marrugo¹, M. Millán²

1 Grupo de Física Aplicada y Procesamiento de Imágenes y Señales, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia.

2 Departamento de Óptica y Optometría, Universidad Politécnica de Cataluña, Terrassa, España.

e-mail: embm32@gmail.com

En el ámbito de la oftalmología, las imágenes de fondo de ojo son importantes para el diagnóstico de muchas enfermedades. Sin embargo, usualmente se encuentran pequeños artefactos que pueden ser confundidos con lesiones, afectando un diagnóstico apropiado. La remoción digital de los artefactos puede entenderse como un proceso de reconstrucción de información faltante o deteriorada conocido como *inpainting* [1]. En el proceso de



**XV Encuentro Nacional de Óptica
VI Conferencia Andina y del Caribe
en Óptica y sus Aplicaciones**

reconstrucción se desean obtener los valores de una imagen I en una región L de tal manera que estos valores tengan las mismas propiedades estadísticas y estructuras geométricas de la región circundante. La segmentación de las diferentes lesiones y la clasificación de patologías basadas en texturas son estrictamente necesarias en el estudio de fondo de ojo [2].

Recientemente, se ha introducido un nuevo paradigma en la representación y tratamiento de señales llamado Aprendizaje de diccionarios. En este se busca aprender la mejor representación de la misma señal (o un conjunto de señales), que a la vez sea compacto (*Sparse*), adaptable a cualquier familia de señales y más fácil de manejar [3]. El proceso de aprendizaje constituye esencialmente un problema de optimización no convexo. Recientes avances han demostrado que es un problema tratable y se puede resolver [4]. En este trabajo proponemos una metodología a partir de la técnica de aprendizaje de diccionarios y representaciones *Sparse* para la remoción de artefactos en imágenes de fondo de ojo. Inicialmente se identificaron las características de los artefactos comúnmente hallados en imágenes de fondo de ojo y las limitaciones respecto a su remoción. En segunda instancia, se desarrolló un algoritmo basado en aprendizaje de diccionarios para el inpainting en imágenes, manipulando imágenes sintéticas que contemplaban distintas estructuras y texturas emulando las imágenes de fondo de ojo. Como puesta a punto y evaluación del algoritmo, se utilizaron imágenes de fondo de ojo reales, en las cuales se removieron pequeñas regiones simulando la remoción de artefactos. Los resultados muestran una importante mejora comparado a los procesos de reconstrucción convencionales por difusión. Se conservan los pequeños detalles en los vasos sanguíneos después de la remoción de artefactos.

- [1] M. Elad, "From exact to approximate solutions," in *Sparse and Redundant Representations*, pp. 79–109, Springer, 2010.
- [2] M. D. Abràmoff, M. K. Garvin, and M. Sonka, "Retinal imaging and image analysis," *IEEE reviews in biomedical engineering*, vol. 3, pp. 169–208, 2010.
- [3] I. Toic and P. Frossard, "Dictionary learning: what is the right representation for my signal," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 28, no. 2, pp. 27–38, 2011.
- [4] R. Rubinstein, T. Peleg, and M. Elad, "Analysis k-svd: A dictionary-learning algorithm for the analysis sparse model," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 3, pp. 661–677, 2013.

Palabras claves: Aprendizaje de Diccionarios; *Sparse representation*; *Inpainting*, *retinal image*.

ID: 89_POD_1

ANÁLISIS MULTIESPECTRAL Y DIGITAL DE LOS NEVUS MELANOCÍTICOS ADQUIRIDOS

A. Di Lorenzo^{1,2}, R. Romero^{1,2}, I. Paredes^{2,3}

¹ *Departamento de Física, Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad de Carabobo, Carabobo, Venezuela*

² *Centro de Investigaciones Médicas y Biotecnológicas de la Universidad de Carabobo, Carabobo, Venezuela*

³ *Ciudad Hospitalaria Dr. Enrique Tejera, Carabobo, Venezuela*

e-mail: Aridilorenzo@gmail.com

Los nevus melanocíticos adquiridos son la neoplasia más común en el ser humano. Un nevus melanocítico es una pequeña mancha pigmentada, formada por la proliferación anormal pero benigna de células llamadas melanocitos que tienden a agruparse en nidos de melanocitos. Estas células producen un pigmento en la piel llamado melanina, donde la melanina es el responsable del color de la piel, el cabello, ojos y otras partes del cuerpo funcionando como foto-protector para evitar que la radiación solar dañe las estructuras o los tejidos del cuerpo. Los nevus melanocíticos se clasifican en nevus de unión, nevus compuesto, nevus intradérmico y por último nevus displásico. A medida que se avanza entre cada uno de los tipos de nevus, estos tienen diferentes características tanto visuales como histológicamente. Hasta la fecha, el criterio clínico de diagnóstico de estas lesiones es netamente visual, o



**XV Encuentro Nacional de Óptica
VI Conferencia Andina y del Caribe
en Óptica y sus Aplicaciones**